Math. P. 40
336 f

4° Math. P. 336 f (1

4 Math.p. 336 f-1

<36636489300011

<36636489300011

Bayer. Staatsbibliothek

Entwurf

eines gemeinfaßlichen, gründlichen und vollständigen

Unterrichts

in

der gemeinen Rechenkunst

theoretisch und praktisch bearbeitet und in einzelnen Heften nach und nach herausgegeben

von

Franz Michael Schumm,

Verwalter.

Erstes Heft,

die

Grundrechnung in ungenannten ganzen Zahlen nebst den nöthigen Vorbegriffen und Vorkenntnissen enthaltend.

Bamberg 1817,

bei Vincenz Dederich.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

So nothwendig dem Menschen das Lesen und Schreiben ist, so nothwendig ist ihm auch das Rechnen. Ohne Ersteres kann er nicht die gehörige Bildung erhalten, und ohne Letzteres weder eigene, noch fremde Ökonomie ordentlich und sicher führen lernen, unabgesehen von dem, daß selbst die Erlernung mancher Wissenschaft eine Kenntniß vom Rechnen voraussetzet. Sogar zum vollständigen Lesen und Verstehen, was man gelesen hat, ist es oft erforderlich.

Daher beginnt nach der Volkssprache mit Recht die Bildung der Jugend nebst moralischer Erziehung vom Unterrichte im Lesen, Schreiben und Rechnen. Daß aber der Unterricht im Rechnen besonders dem schriftlichen Rechnen bei aller Anstrengung der Lehrer immer noch nicht so allgemein gut und förderlich, als jener im Lesen und Schreiben gedeihen will, mag der Grund hauptsächlich darin liegen, weil die leichtfertige Jugend die ersten spekulativen Regeln der Rechenkunst kaum

lernt, gleich wieder vergessen hat, und mancher Lehrer darüber verdrüßig nicht weiter nachdenket, wie dieselbe tiefer und fester einzuprägen seien.

Sind die ersten Lehren des Lehrers auch noch so gut, und hat solche der Lehrling nicht gedruckt oder geschrieben in einem gemeinfaßlichen, zusammenhängenden Vortrage zur eigenen fleißigen Nachlese und Selbsteinprägung in Händen, so vergißt er sie. Giebt hierauf der Lehrer einen vorrückenden neuen Unterricht, ohne daß der erste tief gefaßt ist, so wird er dem Lehrling unverständlich, erreget dadurch Eckel und Mismuth, so, daß gleich an möglicher Erlernung der Rechenkunst verzweifelt wird. Will derselbe aus verschiedenen Rechenbüchern sich Raths erholen, und aus eigenem Muthe die Erlernung der Rechenkunst daraus für sich erzwingen, so wird er dadurch noch Verzweiflungsvoller, weil ihm einerseits diese Erlernungsart zu langweilig wird, und er anderseits ohne erhaltene, nicht irreführende Grundbegriffe bald auf Sätze stößt, welche ihm durchaus unerklärbar scheinen.

Auch haben alle bisher erschienenen, wenigstens viel bekannten Rechenbücher das Mangelhafte an sich, daß in denselben weder die nöthigen Vorbegriffe und Vorkenntnisse, noch die ersten Rech-

nungsarten sowohl in ganzen, als gebrochenen Zahlen, worauf doch alles Rechnen sich gründet, gemeinfaßlich, gründlich und vollständig genug gegeben sind.

Bei meinem ehemaligen Privatunterrichte, unter andern auch in der gemeinen Rechenkunst, habe ich diese Überzeugung vollends gewonnen, daher gleich zum Behufe desselben die natürlich und faßlich aufeinander folgenden Lehrsätze in eigenen Heften bearbeitet und schriftlich mitgetheilt, durch deren Gebrauch die Lehrlinge auch im Rechnen die leichtesten und besten Fortschritte machten.

Dadurch aufgemuntert, und von der Wahrheit durchdrungen, daß nur die Kenntniß im Rechnen aller soliden menschlichen Ökonomie zum Grunde liegt, und bei der Jugend selbst die Ordnung im Denken herbeiführt, faßte ich sogar bei meinen dermaligen vielen Berufsarbeiten den Entschluß, die alten Hefte in den wenigen freien Nebenstunden durchzugehen, mit Zusätzen aus nachgelesenen besten Rechenbüchern zu bereichern, und so bearbeitet nach und nach im Drucke herauszugeben.

Vorrede.

Mein Wunsch ist also lediglich damit zur allgemein guten und förderlichen Erlernung der Rechenkunst, einer so edlen, als für die Jugend und das Geschäftsleben nützlichen Wissenschaft Etwas beizutragen. Nur die Erreichung desselben wird eine hinlängliche Belohnung für diese besondere mühsame Arbeit seyn.

Bamberg im Juli 1817.

Der Verfasser.

Erster Unterricht

die

nöthigen Vorbegriffe und Vorkenntnisse betreffend.

I. Abschnitt.

Vorläufige Erklärungen.

§. 1.

Die Rechenkunst ist eine Wissenschaft von Zahlen.

Eine Zahl an und für sich nach ihrem Ursprunge betrachtet, ist die Bestimmung des wie vielmal eins? oder wie vielmal das nämliche? bei Dingen einerlei Art; z. B. Gulden und Gulden — Klafter und Klafter — Pfund und Pfund.

Demnach ein Ding einmal genommen, z. B. einen Gulden, oder das nämliche Ding mehrmal genommen, d. h. zu sich selbst gesetzt; z. B. ein, und noch ein Gulden (zwei Gulden) wird durch eine Zahl (Zahlwort) kurz ausgedrückt, also bestimmt, wie vielmal es geschehen sei.

Eins, oder das unbestimmte abänderliche Geschlechtswort ein, eine, ein, in der Bedeutung nur ein, nur eine, nur ein, ist also die Stammzahl, oder das Stammwort, woraus alle andere Zahlen, oder Zahlwörter entspringen; denn von eins wird an — fort — und wieder dahin zurück gezählt, als: eins und eins ist zwei, zwei und eins ist drei, rc. oder drei weniger eins ist zwei, zwei weniger eins ist eins, dabei immer bestimmt: wie vielmal eins? oder wie vielmal das nämliche?

§. 2.

Diese Bestimmung geschieht aber nicht nur bei einzelnen gleichartigen ganzen Dingen, welche man ganze Einheiten, oder Ganze nennt, sondern auch bei einzelnen gleichartigen Theilen derselben; daher heißt man die Zahlen im ersten Falle ganze Zahlen, und im zweiten Falle gebrochene Zahlen (Brüche), z. B. ein oder zwei Gulden sind ganze Zahlen; ein halber, zwei halbe, oder drei halbe Gulden gebrochene Zahlen (Brüche).

Demnach ist eine ganze Zahl die Bestimmung des wie vielmal eins? bei einzelnen gleichartigen Ganzen — und eine gebrochene Zahl (Bruch) die Bestimmung des wie vielmal eins? bei einzelnen gleichartigen Theilen eines oder mehrerer gleichartigen Ganzen. Also bedeutet nach obiger Sprache ein Gulden — daß ein ganzer Gulden nur einmal genommen worden sei; zwei Gulden — daß ein ganzer Gulden zweimal genommen worden sei; ein halber Gulden — daß ein Theil eines in zwei gleiche Theile getheilten ganzen Guldens genommen worden sei; und zwei halbe Gulden — daß alle zwei Theile eines in zwei gleiche Theile getheilten ganzen Guldens genommen worden seien; drei halbe Gulden — daß drei Theile von zweien ganzen Gulden genommen worden seien, wovon jeder in zwei gleiche Theile getheilt war.

§. 3.

Sind die Dinge, deren einzelne gleichartige ganze Einheiten (Ganze), oder einzelne gleichartige Theile man durch wie vielmal zu bestimmen hat, namentlich ausgedrückt, so heißen die Zahlen insgemein genannte Zahlen, wo nicht ungenannte Zahlen; z. B. ein oder zwei Gulden sind genannte ganze Zahlen — ein halber, zwei halbe, oder drei halbe Gulden, genannte gebrochene Zahlen (Brüche), und blos eins oder zwei gesprochen, ungenannte ganze Zahlen — ein halber, zwei halbe, oder drei halbe ungenannte gebrochene Zahlen (Brüche).

In ungenannten Zahlen wird der theoretische, und in genannten der praktische Theil der Rechenkunst gegeben; jener lehrt die allgemeinen Regeln, dieser die Anwendung derselben auf gewisse bestimmte Fälle.

§. 4.

Nach §. 1. entspringt eine Zahl aus ein= oder mehrmaliger Hinzu= oder Abzählung des Eins. Je nachdem also dies Hinzu= oder Abzählen ein= oder mehrmalen gesöndert geschieht, wird eine andere Zahl, oder werden mehrere andere Zahlen hervorgebracht, d. h. es entstehen verschiedene Zahlen; und da eins, oder eine andere davon abstammende Zahl durch beständiges Hinzuzählen des eins fast bis ins Unendliche vervielfältigt (vermehrt oder vergrößert) werden kann, weil ein Ding nach und nach sich, so zu sagen, unendlichmal nehmen, oder zu sich selbst setzen läßt, so entstehen dadurch auch sehr große, fast unendliche, unzählige Zahlen.

Wenn man nun alle die verschiedenen und großen Zahlen als Wörter mit Buchstaben schriftlich ausdrücken (niederschreiben, einander schriftlich mittheilen) sollte, so würde dieses nur langsam und weitläufig geschehen können. Da aber beim Rechnen alles auf Geschwindigkeit ankömmt, so hat man, um die Zahlen fast eben so kurz, als sie ausgesprochen werden, auch schriftlich auszudrücken, die neun allgemein gültigen Zahlzeichen, welche Ziffern genannt werden, gewählt, als:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

und zu dem Ende denselben nur nach ihren verschiedenen Setzungen oder Stellungen eine verschiedene Bedeutung und Aussprache beigelegt, wie folgender Abschnitt lehrt.

II. Abschnitt.

Das Aussprechen ganzer Zahlen.

§. 5.

Die neun Zahlzeichen, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, einzeln gesetzt, und ausgesprochen, bedeuten einfache ganze Zahlen, Einser, Einer.

1 (die Stammzahl) wird ausgesprochen			eins,	und bedeutet,		ein eins,			oder eins einmal genommen,
2	=	=	=	zwei,	=	=	1	und	1,
3	=	=	=	drei,	=	=	2	=	1,
4	=	=	=	vier,	=	=	3	=	1,
5	=	=	=	fünf,	=	=	4	=	1,
6	=	=	=	sechs,	=	=	5	=	1,
7	=	=	=	sieben,	=	=	6	=	1,
8	=	=	=	acht,	=	=	7	=	1,
9	=	=	=	neun,	=	=	8	=	1,

§. 6.

Werden einige, oder alle die neun Zahlzeichen zusammen gesetzt, oder wird nur einem derselben zur Rechten das Fehlzeichen einer Zahl, ein 0 (Null) angehängt; so bedeuten sie mehrfache ganze Zahlen, z. B. 12, 345, 6789, 412537986, — 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90. Um aber diese richtig aussprechen zu können, hat man vor allen ihre in der Stellung von der rechten zur linken Hand stuffenweis steigende Bedeutung wohl zu wissen.

Nämlich in der Zusammensetzung bedeutet jedes der neun Zahlzeichen von der rechten zur linken Hand gezählt,

in der ersten Stelle — Eins, oder einfache Einer,
= = zweiten = — Zehn, oder Zehner,
= = dritten = — Hundert, oder Hunderte,
= = vierten = — Tausend, oder Tausende,
= = fünften = — Zehntausend, oder Zehntausende,

in der sechsten Stelle — Hunderttausend, oder Hunderttausende, (nach einer uralten Sprache Tonne, oder Tonnen),

= = siebenten = — Million, oder Millionen.

Gleichwie in der gesönderten Stellung die Zahlzeichen von 1 bis 9 — jedes eins mehr bedeutet, so bedeuten dieselben in der vereinigten Stellung Ordnungsweise von rechter zur linken Hand gezählt, und zwar in der zweiten Stelle anfangend, zehnmal mehr, 1 bis 9 mal, als:

in der zweiten Stelle	zehnmal eins,	— 1 bis 9 mal,	oder 1 Zehn bis 9 Zehner,
= = dritten =	zehnmalzehn eins,	— 1 = 9 =	oder 1 Hundert bis 9 Hunderte,
= = vierten =	zehnmalhundert eins,	— 1 = 9 =	oder 1 Tausend bis 9 Tausende,
= = fünften =	zehnmaltausend eins,	— 1 = 9 =	oder 1 Zehntaus. b. 9 Neunzehntaus.
= = sechsten =	zehnmalzehntausend eins,	— 1 = 9 =	oder 1 Hunderttausend bis 9 Hunderttausende,
= = siebenten =	zehnmalhunderttausend eins,	— 1 = 9 =	oder 1 Million bis 9 Millionen.

§. 7.

Nicht immer sind in dieser zehnmal stärker steigenden Bedeutung alle die Zahlen gegeben; bald fehlen die Einer, bald Zehner, bald Hunderte, bald Tausende, ꝛc. Da aber in dem Zehenzahl-System des Mißverstands wegen keine Lücke seyn darf, so werden deren leeren Plätze durch das Fehlzeichen einer Zahl 0 (Null) ausgefüllt. Wenn also ein 0 einem der neun Zahlzeichen von der rechten gegen die linke Hand vorgesetzt ist, so bedeutet

das 0 in der ersten Stelle, daß Einer
= = = = zweiten = = Zehner
= = = = dritten = = Hunderte
= = = = vierten = = Tausende ꝛc.

} fehlen.

Das 0 den Zahlzeichen von linker zur rechten Hand zuerst noch so oft vorgesetzt, bedeutet gar nichts; wird daher bei ganzen Zahlen nicht in dieser Stellung gebraucht; z. B. 01 — 002 — 0024 bedeutet nicht mehr als 1 — 2 — 24. Allein für sich gesetzt, z. B. 0, bedeutet es nichts, als Null.

§. 8.

Dieses Zehenzahlensystem läßt demnach nachstehende ganze Zahlen also aussprechen und verstehen:

a) Zehn und Zehner (zehnfache Zahlen).

10 wird ausgesprochen, zehn,
20 = = = = zwanzig,
30 = = = = dreißig,
40 = = = = vierzig,
50 = = = = fünfzig,
60 = = = = sechzig,
70 = = = = siebenzig,
80 = = = = achtzig,
90 = = = = neunzig.

Das 1 in der zweiten Stelle bedeutet 10 Einer, nämlich zehnmal eins oder ein Zehn, und das 0 bedeutet, daß keine einfache Einer dabei gegeben sind,
= 2 = = = = = = = = = = 2 Zehner Einer, oder zweimal zehn, und das 0 bedeutet, daß wieder keine einfache Einer dabei gegeben sind,
= 10 verliert seine Aussprache ganz, wenn statt des 0 die einfachen Einer 1 oder 2 vorstehen, als:

bei 11 spricht man Eilf, es bedeutet 10 und 1,
= 12 = = = Zwölf, = = = 10 = 2.

Stehen die anderen einfachen Einer vorher; so werden diese mit ihrer Aussprache zuerst gehört, und zehn klingt nach, als:

bei 13 spricht man dreizehn,
= 14 = = = vierzehn,
= 15 = = = fünfzehn,
= 16 = = = sechzehn,
= 17 = = = siebenzehn, oder siebzehn,
= 18 = = = achtzehn,
= 19 = = = neunzehn.

Wenn die Zehner 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, statt des Nulls die einfachen Einer rechts vor sich stehen haben, so werden diese mit Und zuerst ausgesprochen, und jene klingen mit ihrer Aussprache nach, als:

21, ein und zwanzig, 22, zwei und zwanzig,
23, drei und zwanzig, 24, vier und zwanzig,
25, fünf und zwanzig, 26, sechs und zwanzig,
27, sieben und zwanzig, 28, acht und zwanzig,
29, neun und zwanzig, 31, ein und dreißig,
41, ein und vierzig, 51, ein und fünfzig,
61, ein und sechzig, 71, ein und siebenzig, oder siebzig,
81, ein und achtzig, 91, ein und neunzig.

Das Zehn und die Zehner unterscheiden sich also in der Aussprache hauptsächlich dadurch von einander, daß man nicht bei dem Zehn, sondern bei den Zehnern das Und gebraucht.

Werden das Zehn und die Zehner nicht mit Zahlzeichen, sondern mit Buchstaben wörtlich geschrieben; so spricht und setzet man denselben die einfachen Einer mit oder ohne Und nach; z. B. Zehn drei, oder Zehn und drei statt Dreizehn, Siebenzig fünf, oder Siebenzig und fünf statt Fünf und siebenzig.

b) Hundert und Hunderte (hundertfache Zahlen).

100	wird ausgesprochen,	ein Hundert, oder Hundert,
200	= = = =	zwei Hundert,
300	= = = =	drei Hundert,
400	= = = =	vier Hundert,
500	= = = =	fünf Hundert,
600	= = = =	sechs Hundert,
700	= = = =	sieben Hundert,
800	= = = =	acht Hundert,
900	= = = =	neun Hundert.

Das 1 bedeutet hier in der dritten Stelle 10 mal 10 Einer, oder ein hundert Einer, und das eine 0 in der zweiten Stelle bedeutet, daß kein Zehn oder Zehner — und das andere 0 in der ersten Stelle bedeutet, daß keine einfache Einer dabei gegeben sind.

Das 2 bedeutet in der dritten Stelle, 20 mal 10 Einer, oder zwei Hundert, u. s. w.

Das Hundert und die Hunderte behalten immer ihre Aussprache. Wenn statt des ersten oder zweiten Nulls, oder der beiden Nullen zur Rechten Einer oder Zehner, oder Einer und Zehner zugleich vorstehen, so werden die Hunderte allzeit zuerst ausgesprochen, diese aber mit oder ohne Und, wie ad a gelehrt worden ist, nachgesprochen, als;

bei 101 spricht man Hundert eins, oder ein Hundert eins,
„ 110 „ „ Hundert zehn, oder ein Hundert zehn,
„ 111 „ „ Hundert eilf, oder ein Hundert eilf,
„ 202 „ „ zwei Hundert zwei,
„ 220 „ „ zwei Hundert zwanzig,
„ 226 „ „ zwei Hundert sechs und zwanzig,
„ 777 „ „ sieben Hundert sieben und siebenzig ꝛc.

c) Tausend und Tausende (tausendfache Zahlen).

1000 wird ausgesprochen, Tausend oder ein Tausend,
2000 „ „ zwei Tausend u. s. w.

Das 1 bedeutet hier in der vierten Stelle 10 mal 100 Einer, oder ein Tausend,
„ 2 „ „ „ „ „ „ 20 mal 100 Einer, oder zwei Tausend.

Man kann daher auch aussprechen:

bei 1000, zehn Hundert, statt Tausend,
„ 2000, zwanzig Hundert, statt zwei Tausend.

Letztere und kürzere Aussprache wird häufig bei ein Tausend gebraucht, besonders wenn statt des Nulls, welches in der Stelle der Hunderte, und Zehner oder Einer vorsteht, diese selbst gegeben sind, als:

bei 1508 spricht man 15 Hundert 8, statt 1 Tausend 5 Hundert 8,
„ 1330 „ „ 13 Hundert 30, statt 1 Tausend 3 Hundert 30,
„ 1799 „ „ 17 Hundert 99, statt 1 Tausend 7 Hundert 99.

Im entgegengesetzten Falle werden die Tausende besser allein, und hernach die Hunderte, Zehner, Einer, wenn solche dabei gegeben sind, wie ad a und b gelehrt wurde, ausgesprochen, als:

bei 2524 spricht man 2 Tausend 5 Hundert 24,
= 3070 = = 3 Tausend 70,
= 4600 = = 4 Tausend 6 Hundert,
= 5308 = = 5 Tausend 3 Hundert 8,
= 8709 = = 8 Tausend 7 Hundert 9.

d) Zehntausend und Zehntausende.

10000 wird ausgesprochen zehn Tausend,
20000 = = zwanzig Tausend ꝛc.

Das 1 bedeutet hier in der fünften Stelle 10 mal 1000 Einer oder ein zehn Tausend,
= 2 = = = = = 20 mal 1000 Einer oder zwanzig Tausende ꝛc.

Wenn statt aller oder einiger der Nullen Zahlzeichen in der Bedeutung als einfache Tausende, Hunderte, Zehner oder Einer vorstehen, so werden diese, wie ad a, b und c bisher gelehrt wurde, nur nachgesprochen, jedoch so, daß die einfachen und zehnfachen Tausende in der Aussprache mit nachklingenden Tausend zusammenfallen, als:

bei 11377 spricht man 11 Tausend 3 Hundert 77,
= 91058 = = 91 Tausend 58,
= 26401 = = 26 Tausend 4 Hundert 1,
= 55960 = = 55 Tausend 9 Hundert 60 ꝛc.

Hieraus sieht man also, daß, wenn einfache Tausende bei 10fachen Tausenden stehen, diese wie die Einer und Zehner mit einander zusammen mit nachklingenden Tausend müssen ausgesprochen werden.

e) Hunderttausend, oder Hunderttausende.

100000 wird ausgesprochen Hunderttausend oder Einhunderttausend,
200000 = = Zweyhunderttausende ꝛc.

Das 1 bedeutet hier in der sechsten Stelle 10 mal 10 Tausend Einer, oder ein Hundert Tausend (nach einer uralten Sprache auch eine Tonne).

Das 2 bedeutet in der sechsten Stelle 20 mal 10 Tausend Einer, oder zwei Hundert Tausend (nach einer uralten Sprache auch zwei Tonnen) ꝛc.

Wenn in der fünften oder vierten Stelle statt der Nullen die zehn= oder einfachen Tausende, oder beyde zugleich gegeben sind; so wird nicht Hunderttausend, sondern Hundert allein ausgesprochen. Das Tausend versteht man nur darunter. Es geschieht dies, um den Doppellaut zu verhüten, damit Tausend nicht zweimal gehört werde, als:

bei 110000 spricht man 1 Hundert 10 Tausend,
= 208000 = = 2 Hundert 8 Tausend,
= 356000 = = 3 Hundert 56 Tausend ꝛc.

Wenn aber keine zehn= oder einfache Tausende dabei gegeben sind; jedoch in der dritten, zweiten oder ersten Stelle statt des Nulls einfache Hunderte, Zehner, oder Einer vorkommen, so muß Tausend des sonst nicht wohl zu merkenden Unterschiedswegen hinzu gesprochen werden, als:

bei 200500 spricht man 200 Tausend 5 Hundert,
= 700090 = = 700 Tausend 90,
= 500749 = = 500 Tausend 7 Hundert 49,
= 300009 = = 300 Tausend 9,
= 400804 = = 400 Tausend 8 Hundert 4.

Wenn in der fünften oder nur vierten und dritten Stelle zehnfache Tausende oder nur einfache Tausende und einfache Hunderte statt des Nulls gegeben sind; so spricht man gerne, um die Hunderttausende von den einfachen Hunderten in der Aussprache mehr zu unterscheiden, jene mit Mal aus, als:

bei 121700 spricht man 1 mal Hundert 21 Tausend 700,
„ 408400 „ „ 4 mal Hundert 8 Tausend 400,
„ 710320 „ „ 7 mal Hundert 10 Tausend 3 Hundert 20,
„ 914701 „ „ 9 mal Hundert 14 Tausend 7 Hundert 1.

f) Million und Millionen.

1000000 wird ausgesprochen 10 mal Hundert Tausend, oder kurz: eine Million,
2000000 „ „ 20 mal Hundert Tausend, oder kurz: zwei Millionen.

Das 1 bedeutet hier in der siebenten Stelle 10 mal Hundert Tausend, oder ein Tausend mal Tausend Einer.

Das 2 bedeutet in der siebenten Stelle 20 mal Hundert Tausend Einer, oder 2 Tausend mal Tausend Einer.

Wenn in der sechsten, oder fünften, oder vierten, dritten, zweiten und ersten Stelle statt der Nullen die eigentlichen Zahlzeichen gegeben sind, so werden diese, wie von a bis e bisher gelehrt wurde, nur in ihrer Bedeutung nach Million, oder Millionen nachgesprochen, als:

bei 1234567 spricht man 1 Million 2 mal Hundert 34 Tausend 5 Hundert 67,
„ 7004084 „ „ 7 Millionen 4 Tausend 84,
„ 2500425 „ „ 2 Millionen 5 mal Hundert Tausend 4 Hundert 25,
„ 6405060 „ „ 6 Millionen 4 Hundert 5 Tausend 60,
„ 3598100 „ „ 3 Millionen 5 mal Hundert 98 Tausend 100.

§. 9.

Weiß man einmal die Bedeutung, und hat man sich die Aussprache 7 von rechter zur linken Hand in einer Reihe an einander gesetzten Zahlzeichen geläufig gemacht; so kann es einem nicht mehr schwer seyn, dergleichen nach einander folgende 9 bis 25 und mehrere Zahlzeichen richtig zu verstehen, und leicht auszusprechen. Nämlich der kurze Sprachgebrauch belegt:

das in der 7ten Stelle stehende Zahlzeichen mit dem Namen Million oder Millionen,
= = = 13ten = = = = = = Billion oder Billionen,
= = = 19ten = = = = = = Trillion oder Trillionen,
= = = 25ten = = = = = = Quatrillion oder Quatrillionen ꝛc.

Gleichwie die einfachen Einer sich in der 10fach stärkeren Bedeutung bis zu Million oder Millionen erheben, so erheben sich auch

die Million oder Millionen zu Billion oder Billionen,
die Billion oder Billionen zu Trillion oder Trillionen,
die Trillion oder Trillionen zu Quatrillion oder Quatrillionen ꝛc.

Jedoch um sich bei vielen nach einander folgenden Zahlzeichen in ihrer Bedeutung und Aussprache nicht zu verwirren; hat man ein sicher führendes Mittel, welches darin besteht, daß man die von der rechten zur linken Hand in einer Reihe nach einander folgenden Zahlzeichen durch Beistriche abtheilt. Nämlich von der rechten zur linken Hand macht man unten nach 3 Zahlzeichen jedesmal einen Beistrich (,) dazwischen, dann oben auf das Zahlzeichen in der 7ten Stelle einen dergleichen, 2 dergleichen auf das Zahlzeichen in der 13ten Stelle, 3 dergleichen auf das Zahlzeichen in der 19ten Stelle, 4 dergleichen auf das Zahlzeichen in der 25ten Stelle. Durch diese Abtheilung bekommt man Klassen, jede aus 3 Zahlzeichen bestehend; jedoch die erste Klasse von linker zur rechten Hand kann 1 oder 2 Zahlzeichen weniger haben. Bei jeder Klasse zählt man von rechter zur linken Hand mit Eins, Zehn, Hundert; und merkt sich, daß jene Zahlzeichen, wo man Eins, Zehn spricht,

diese miteinander nach ihrer Bedeutung, wie §. 8. lit. a bis e gelehrt wurde, müssen ausgesprochen werden.

Das Zahlzeichen, worauf 1 Beistrich gemacht ist, wird mit nachklingenden Million oder Millionen —
= 2 Beistriche stehen, mit nachklingenden Billion oder Billionen —
= 3 = = = = Trillion oder Trillionen —
= 4 = = = = Quatrillion oder Quatrillionen ꝛc. —

ausgesprochen. Sonst ergiebt sich keine Veränderung von der bisher gelehrten Aussprache.

Demnach spricht man bei 10,000,000 zehn Millionen,

bei 27,000',000,000 spricht man 27 Tausend Millionen,
= 500,000',000,000 = = 5 Hundert Tausend Millionen,
= 11,110',000,000 = = 11 Tausend 1 Hundert 10 Millionen,
= 802,800',000,000 = = 8 mal Hundert 2 Tausend 800 Millionen,
= 357,123',456,798 = = 3 mal Hundert 57 Tausend 1 Hundert 23 Millionen 4 mal Hundert 56 Tausend 7 Hundert 98,
= 1'',000,000',000,000 = = 1 Billion,
= 5'',074,000',300,209 = = 5 Billionen 74 Tausend Millionen 3 mal Hundert Tausend 2 Hundert 9,
= 750,901'',007,082',004,600 = = 7 mal Hundert 50 Tausend 9 Hundert 1 Billion 7 Tausend 82 Millionen 4 Tausend 600,
= 1''',000,000'',000,000',000,000 = = 1 Trillion,

bei 632,107,893,065,004,030,662,010 spricht man 6 mal Hundert 32 Tausend 1 Hundert 7 Trillionen 8 Hundert 93 Tausend 65 Billionen 4 Tausend 30 Millionen 6 Hundert 62 Tausend 10,

= 1,000,000,000,000,000,000,000,000 = = 1 Quatrillion,

= 803,026,560,700,320,005,600,402,000,709 = = 8 Hundert 3 Tausend 26 Quatrillionen 5 mal Hundert 60 Tausend 700 Trillionen 3 Hundert 20 Tausend 5 Billionen 600 Tausend 4 Hundert 2 Millionen 7 Hundert 9.

Aus vorstehenden ausgesprochenen Beispielen sieht man deutlich, daß

1) das Null, wenn es bei einer abgetheilten Klasse mit Eins gezählt wird, und einem eigentlichen Zahlzeichen gleich neben mit Zehn zählbar vorgesetzt ist, diesem eine zehnfache Aussprache gebe, sonst aber nur leere nicht auszusprechende Stellen ausfülle —

2) jedes eigentliche Zahlzeichen mit Hundert gezählt nach ihrer hundertfachen Bedeutung jedesmal ausgesprochen werde —

3) jedes eigentliche Zahlzeichen, welches von rechter zur linken Hand gleich nach einem Beistriche folgt, und nicht oben gestrichen ist, allzeit mit einem ein= oder zehnfachen Tausend, je nachdem ein zehnfaches Tausend neben gegeben oder nicht gegeben ist, auszusprechen sei.

Die am Ende beiliegende Tabelle I. mag Anfängern zur Übung im Verstehen und Aussprechen ganzer ungenannter Zahlen dienen.

III. Abschnitt.

Das An- oder Niederschreiben ganzer Zahlen.

§. 10.

So wie die ganzen Zahlen von linker zur rechten Hand ausgesprochen werden, also müssen dieselben auch an- oder niedergeschrieben werden. Um aber dieses richtig und eben so geschwind, als die Aussprache geschieht, besonders bei großen mehrfachen Zahlen jedesmal zu treffen, muß man

1) die von linker zu rechter Hand stuffenweiß absteigende Bedeutung der an einander zu reihenden Zahlzeichen geläufig wissen. Diese geläufige Kenntnisse verschafft vorzüglich die tiefe Einprägung nachstehender Tabelle, wo die Einer nur mit Hinzusetzung der erforderlichen Nullen zu Zehner, Hunderte, Tausende, Zehntausende, Hunderttausende und Millionen vermehrt, oder vergrößert werden, als:

1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
2	20	200	2,000	20,000	200,000	2,000,000
3	30	300	3,000	30,000	300,000	3,000,000
4	40	400	4,000	40,000	400,000	4,000,000
5	50	500	5,000	50,000	500,000	5,000,000
6	60	600	6,000	60,000	600,000	6,000,000
7	70	700	7,000	70,000	700,000	7,000,000
8	80	800	8,000	80,000	800,000	8,000,000
9	90	900	9,000	90,000	900,000	9,000,000

2) Muß man nur darauf merken, in welcher Bedeutung die anzuschreibende Zahl sich anspricht, z. B. mit Million — Hunderttausend — Tausend — Hundert — blos Zehnern oder Einern.

Spricht sich die anzuschreibende Zahl mit einfachen Millionen an, so weiß man, daß

auf einfache Millionen die Hunderttausende —
auf 100 Tausende die 10 Tausende —
auf 10 Tausende die einfache Tausende —
auf einfache Tausende die einfachen Hunderte —
auf einfache Hunderte die Zehner —
auf Zehner die Einer folgen.

Die erste angesprochene Bedeutung wird also vor allen ausgedrückt; hierauf folgen die nächstfolgenden niederen Bedeutungen. Wenn aber bei der Nachsprache einige der nächstfolgenden niederen Bedeutungen nicht gehört werden, so werden deren leere Stellen nur mit Nullen ausgefüllt. Hiebei sind aber Anfänger besonders darauf aufmerksam zu machen, daß sie eine zehnfache an- und nachgesprochene Bedeutung nicht verkehrt ausdrücken. Z. B.

bei fünfzehn schreiben 51 statt 15,
= einundfünfzig schreiben 15 statt 51,
= fünfundsiebenzig schreiben 57 statt 75,

denn nach §. 8. lit. a werden die Einer bei Zehn odern Zehnern zwar zuerst ausgesprochen, aber wegen ihrer niedern Bedeutung in ihrer Stelle nachgeschrieben. Zuletzt kann die §. 9. vorgeschriebene Klasseneintheilung durch Beistriche gemacht werden, um zu sehen, ob man nicht gefehlt habe.

Wenn man nun anzuschreiben hat:

a) Eine Million, acht mal Hundert, neunzehn Tausend, sieben Hundert, fünf und zwanzig,

so geschieht es also 1,819,725.

Zuerst wurde 1 als Million hingeschrieben, hierauf 8 als die nächstfolgenden hundert Tausende, dann 19 Tausend, hernach 7 Hundert, endlich 25. Weil hier alle nächstfolgenden niedern Bedeutungen gesprochen worden, so gieng die Aneinanderreihung der Zahlzeichen ohne allen Anstand vor sich.

b) Bei dreimal hundert Tausend und drei,

schreibt man 300,003.

Hier mußten nach 3 vier Nullen gesetzt werden, weil die nächstfolgenden zehnfachen Tausende, einfachen Tausende, Hunderte und Zehner nicht gesprochen wurden.

c) Bei fünf und siebenzig Tausend, drei Hundert vier und sechzig,

schreibt man 75,364.

Weil hier nach 75 Tausend die nachfolgenden Hunderte, Zehner und Einer gesprochen wurden, so gieng die Aneinanderreihung der Zahlzeichen wieder geschwind vor sich.

d) Bei drei und vierzig Tausend,

schreibt man 43,000.

Weil hier nach 43 Tausend keine Hunderte, Zehner und Einer gesprochen wurden, so mußten 3 Nullen dafür nachfolgen.

e) Bei vier Tausend, drei Hundert, ein und zwanzig, oder 7 Hundert und 5,

spricht man 4,321 und 705.

Weil hier nach 4 Tausend Hunderte, Zehner und Einer gesprochen wurden, so waren keine Nullen nach- und zwischen zu setzen; aber nach 7 Hundert war ein Null wegen fehlender Zehner zu setzen.

f) Bei fünf Hundert, acht Tausend und zwei,

schreibt man 508,002.

Weil hier nach 5 Hundert Tausend keine zehnfache Tausende gesprochen wurden, so mußte gleich nach 5 ein Null gesetzt werden; desgleichen nach 8 mußten 2 Nullen folgen, weil keine Hunderte und Zehner gesprochen wurden.

g) Bei fünfzehn Million, ein und dreisig Tausend, acht und vierzig,

schreibt man 15,031,048.

Gleich nach 15 mußte hier ein Null gesetzt werden, weil kein Hunderttausender, und nach 31 auch ein Null, weil kein Hunderter nachgesprochen wurde.

h) Ein Hundert, sechs Millionen, acht Hundert, neun Tausend, siebenzig,

schreibt man 106,809,070.

Weil hier nach ein hundert Millionen keine zehnfache Millionen gesprochen wurden, so wurde gleich ein 0 gesetzt, desgleichen nach 8 Hunderttausend wegen fehlender zehnfachen Tausende, dann nach 9 Tausend wegen fehlender Hunderte, und nach 7 Zehnern wegen fehlender Einer.

i) 70 Billionen, 74 Tausend Millionen, 2 Hundert, 10 Tausend und 11,

schreibt man 70,074,000,210,011.

Hier muß gesetzt werden nach 70 Billionen ein 0 wegen fehlenden hundert tausend Millionen — nach 74 Tausend 3 Nullen wegen fehlenden Hundert, zehn und einfachen Millionen — nach 10 Tausend ein 0 wegen fehlenden Hundert.

§. 11.

So kurz ein Tausend und Hundert nach §. 8. lit. c mit einander können ausgesprochen werden, eben so kurz und geschwind können solche auch angeschrieben werden, z. B.

man spricht kurz aus: 18 Hundert 21,

man schreibt nur hin: 1,821, und bedeutet so viel, als 1 Tausend 8 Hundert 21.

Bei 17 Hundert 1,

schreibt man hin: 1,701. Hier muß ein 0 nach 7 gesetzt werden, weil keine Zehner gesprochen wurden, und die ganze Zahl bedeutet so viel, als 1 Tausend 7 Hundert 1.

Bei 10 Hundert und 10,

schreibt man hin: 1,010, und bedeutet so viel als 1 Tausend und 10. Das 0 nach 1 Tausend steht für fehlende Hunderte, und das 0 nach 1 Zehn für fehlende Einer.

Bei 10 mal hundert Tausend und 11,

schreibt man hin: 1,000,011 und bedeutet nach §. 8. lit. f so viel, als eine Million und eilf. —

Hier sind nach 1 Million noch 4 Nullen wegen fehlender Hunderttausende, zehn- und einfachen Tausende, dann Hunderte gesetzt.

Bei 15 mal hundert Tausend 3 Hundert,

schreibt man hin: 1,500,300 und bedeutet so viel, als 1 Million, 5 mal hundert Tausend, 3 Hundert, oder ein und eine halbe Million und 300. Die 2 Nullen nach 15 stehen für die fehlenden zehn- und einfachen Tausende, und die anderen zwei nach 3 für die fehlenden Zehner und Einer. —

Wenn aber zehn- und einfache Tausende, dann 1 Tausend und Hunderte nach einander kurz ausgesprochen werden, so kann man solche nicht auch eben so kurz anschreiben, z. B. man spricht aus: 11 Tausend 12 Hundert und 7, so kann man nicht anschreiben 11207, weil in einer mehrfachen Zahl sich eine Bedeutung nur einmal, nicht zweimal ausdrücken läßt. Nun enthält 11 Tausend ein einfaches Tausend, und 12 Hundert auch ein einfaches Tausend; folglich ist vorstehende Anschreibung fehlerhaft. Dies sieht man deutlich, wenn 111207 nach §. 9 durch Beistriche also in Klassen eingetheilt wird: 111,207, und hierauf mit 1 mal Hundert 11 Tausend 2 Hundert und 7 ausgesprochen werden muß, welches man nicht anschreiben wollte, weil es nicht in einer so starken Bedeutung angesprochen wurde. Eine solche zweimalige Bedeutung muß demnach einzeln ausgedrückt werden, als:

11000 eilf Tausend,

1207 zwölf Hundert, oder 1 Tausend 2 Hundert und 7,

welche nur durch Hinzuzählung, wie in der Folge gelehrt werden wird, in die eine Bedeutung 12,207, zwölf Tausend, 2 Hundert und 7 gebracht werden kann.

Die beste Probe, ob man eine große mehrfache Zahl richtig angeschrieben habe, ist also diese:

Die angeschriebenen Zahlzeichen theilt man nach §. 9 jedesmal durch Beistriche in Klassen ab. Wenn dann solche wieder eben so auszusprechen sind, als sie zum Anschreiben ausgesprochen wurden, so ist recht angeschrieben worden, z. B. man soll anschreiben:

12 Millionen, 8 Hundert und 7.

Man schreibt 12000807. Diese durch Beistriche eingetheilt 12,000,807 können auch nicht anders ausgesprochen werden, als mit 12 Millionen 8 Hundert und 7, also hat man recht angeschrieben.

IV. Abschnitt.

Das Aussprechen der gebrochenen Zahlen (Brüche).

§. 12.

Die gebrochenen Zahlen (Brüche) werden nach §. 4 auch mit obigen 10 Zeichen oder Ziffern kurz ausgedrückt, oder einander schriftlich mitgetheilt; denn die Bedeutung derselben kann auch einfach, zehnfach, hundertfach, tausendfach ꝛc. ꝛc. seyn, weil sich ein ganzes in einfache (2 bis 9 Theile) — in 10fache (10 bis 90 Theile) — in 100fache (100 bis 900 Theile) — in 1000fache (1000 bis 9000 Theile) ꝛc. zertheilen, und dergleichen Theile sich auch eben so vielmal nehmen lassen.

Da man aber hier zweierlei auszudrücken hat, nämlich:

a) In wie viele gleich große oder gleichartige Theile die Zertheilung geschehen sey?

b) wie vielmal solche Theile genommen worden seyen;

so werden die 10 Zeichen oder Ziffern nach ihren bekannten verschiedenen Bedeutungen doppelt gebraucht, oder gesetzt, nämlich:

Jene Zahlzeichen, welche die Bestimmung des wievielmal genommen ausdrücken, werden oben an — und welche die gleichgroße Zertheilung andeuten, werden nach gleich darunter gezogenen Querstrichlein (—) als dem eigentlichen Bruchzeichen unten angesetzt.

Die oben stehenden Zahlzeichen, welche gleichsam die genommenen Theile gezählt zu haben vorstellen, heißt man Zähler, und die unten stehenden Zahlzeichen, von welchen die gebrochenen Zahlen (Brüche) ihre Benennung und eigentliche Aussprache bekommen, Nenner.

Die Zahlzeichen des Zählers werden eben so, wie bei den ganzen Zahlen ausgesprochen, die Zahlzeichen des Nenners aber nehmen die Aussprache der Ordnungszahlen aus der Sprachlehre bekannt mit abgekürzten tel, oder stel, wo kaum das e gehört wird, sich endigend an. — Der Zähler wird immer zuerst, und nach einer kurz merklichen Pause der Nenner ausgesprochen.

Nach diesen vorausgeschickten Erklärungen lassen sich nun leicht aussprechen und verstehen:

$\frac{1}{2}$ es wird ausgesprochen, ein Zweitel, gewöhnlicher ein Halbes in einfacher Bedeutung, auch die oder eine Hälfte, und drückt aus, daß ein Ganzes in 2 gleiche Theile getheilt worden sey, wovon nur der 2te Theil, oder die Halbscheid, genommen worden sey.

$\frac{2}{2}$ wird ausgesprochen zwei Halbe, drückt gleiche Zertheilung, aber die Nehmung aller der 2 halben Theile aus.

$\frac{3}{2}$ wird ausgesprochen drei Halbe, zeigt eine Zertheilung von 2 Ganzen, und zwar jedes derselben in 2 gleiche Theile an, wovon nur 3 halbe Theile genommen wurden.

$\frac{4}{2}$ wird ausgesprochen vier Halbe, zeigt eben diese Zertheilung, aber die Nehmung aller der 4 halben Theile an.

Hieraus läßt sich zugleich für richtig erkennen, daß, wenn der Zähler weniger, oder eben so viel, als der Nenner ausdrückt, eine Zertheilung nur eines Ganzen in gleich viele oder gleichartige Theile angezeigt werde; drückt aber der Zähler mehr, als der Nenner aus, so ist eine Zertheilung mehrerer gleichartigen Ganzen in gleich viele oder gleichartige Theile geschehen.

$\frac{1}{3}$ wird ausgesprochen ein Drittel, und bedeutet eine Zertheilung eines Ganzen in 3 gleiche Theile, wovon nur der 3te Theil oder 1 Drittel genommen worden sey.

$\frac{2}{3}$ wird ausgesprochen 2 Drittel, und bedeutet gleiche Zertheilung, aber die Nehmung 2er Dritttheile oder Drittel rc.

Eben so wird man nun nachfolgende Brüche, welche immer eine größere oder stärkere Zertheilung anzeigen, sich leicht nach ihrer Aussprache selbst erklären können:

$\frac{1}{4}$ oder $\frac{2}{4}$ ꝛc. wird ausgesprochen ein Viertel oder zwei Viertel ꝛc.

$\frac{1}{5}$ = $\frac{2}{5}$ ꝛc. = = ein Fünftel oder zwei Fünftel ꝛc.

$\frac{1}{6}$ = $\frac{2}{6}$ ꝛc. = = ein Sechstel oder zwei Sechstel ꝛc.

$\frac{1}{7}$ = $\frac{2}{7}$ ꝛc. = = ein Siebentel oder zwei Siebentel ꝛc.

$\frac{1}{8}$ = $\frac{2}{8}$ ꝛc. = = ein Achtel oder zwei Achtel ꝛc.

$\frac{1}{9}$ = $\frac{2}{9}$ ꝛc. = = ein Neuntel oder zwei Neuntel ꝛc.

$\frac{1}{10}$ = $\frac{2}{10}$ ꝛc. = = ein Zehntel oder zwei Zehntel ꝛc.

$\frac{1}{11}$ oder $\frac{1}{12}$ = $\frac{1}{13}$ ꝛc. = = 1 Eilftel, 1 Zwölftel, 1 Dreizehntel ꝛc.

$\frac{1}{20}$ = $\frac{1}{30}$ = $\frac{1}{40}$ ꝛc. = = 1 Zwanzigstel, 1 Dreissigstel, 1 Vierzigstel (20, 30, 40 Theile) ꝛc.

$\frac{1}{100}$ = $\frac{1}{200}$ ꝛc. = = 1 Hundertel, 2 Hundertel (100, 200 Theile) ꝛc.

$\frac{1}{1000}$ = $\frac{2}{1000}$ ꝛc. = = 1 Tausendtel (Tausendstel) 2 Tausendtel (Tausendstel) (1000 Th.) ꝛc.

$\frac{1}{10000}$ = $\frac{2}{10000}$ ꝛc. = = 1 Zehntausendtel, od. 2 Zehntausendtel, od. Tausendstel (10000 Theile) ꝛc.

$\frac{1}{1000000}$ ꝛc. wird ausgesprochen 1, zehnmal 100 Tausendel, (Tausendstel, Million Theile) ꝛc.

$\frac{5,482,507}{2}$ ꝛc. = = 5 Millionen 4 mal Hundert 82 Tausend 5 Hundert 7, Halbe ꝛc.

$\frac{3}{3250}$ ꝛc. = = drei, drei Tausend zwei Hundert Fünfzigstel ꝛc.

$\frac{1023}{20405}$ ꝛc. = = ein Tausend drei und zwanzig, 20 Tausend vier Hundert Fünftel ꝛc.

V. Abschnitt.

Das An= oder Niederschreiben gebrochener Zahlen (Brüche).

§. 13.

Weiß man einmal die Brüche geläufig auszusprechen, so wird man dieselbe auch ohne alle Schwierigkeit eben so leicht und geschwind an= oder niederschreiben, als solche ausgesprochen werden; nur muß man hier auf die abgesetzte Aussprache nach §. 12 wohl merken, damit man gehörig zu treffen wisse, welche Zahlzeichen ober den Querstrich zum Zähler, und welche unter den Querstrich zum Nenner gehören.

Oben hinauf gehört, was eine richtig abgesetzte Aussprache zum Anschreiben angiebt; unten herab wird gesetzt, was die mit halber, e, es, tel, oder stel, nachklingende Sprache ausdrückt.

Der Zähler wird also zuerst obenan — dann unter das gezogene Querstrichlein gleich der Nenner gesetzt; jedoch beobachtet man gern hiebey diese Setzung, daß gegen die rechte Hand hin keines der Zahlzeichen vom Zähler und Nenner weiter, als der Querstrich geht, hinausgerückt werde, also Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc. ꝛc. gesetzt kommen. Z. B.

Man soll anschreiben vier und zwanzig Halbe. — Man schreibt hin $\frac{24}{2}$

3 Siebenzehntel wird ausgedrückt mit $\frac{3}{17}$

11 Neunzehntel = = = $\frac{11}{19}$

3 Hundert 154stel = = = $\frac{300}{154}$

11 — 2 Hundert 2tel = = = $\frac{11}{202}$

15 — 2 Tausend 4tel = = = $\frac{15}{2004}$

3044 — 3 mal hundert Tausend 4 Hundert 56stel — $\frac{3044}{300456}$

149896 — 3 Hundert 22 Tausend 20stel — $\frac{149896}{322020}$

Statt des Querstriches wurde neu eingeführt ein Seitenstrich (/), welchem zur Linken der Zähler, und gerade gegenüber zur Rechten der Nenner gesetzt wird. Z. B. 5/8 — 13/20. Wenn Brüche allein stehen, sieht dies gut; wenn solche aber ganzen Zahlen anzuhängen sind, wird bessern Unterschieds wegen der alte Querstrich beibehalten. Z. B. $15\frac{2}{13}$ — $6\frac{7}{10}$ ꝛc.

VI. Abschnitt.

Die römischen Zahlzeichen oder Ziffern.

§. 14.

Nebst den deutschen Zahlzeichen, welche man eigentlich die Arabischen nennt, weil sie von den Arabern (Morgenländern) hergekommen seyn sollen, bedient man sich auch hie und da der 7 lateinischen Buchstaben:

— I. V. X. L. C. D. M. —

Diese hießen nach dem gemeinen Sprachgebrauche insgemein römische Zahlen, weil sie von der Buchstabenschrift der alten Römer herkommen. Ihre einzelne Aussprache und Bedeutung ist folgende:

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
Eins.	Fünf.	Zehn.	Fünfzig.	Hundert.	Fünfhundert.	Tausend.

Statt D findet man auch in den Schriften Iↄ, und für M auch cIↄ.

Um mit denselben auch Zahlen kurz ausdrücken zu können, hat man ihnen eben so, wie den arabischen Zahlzeichen nach ihrer verschiedenen Setzung eine verschiedene Bedeutung und Aussprache gegeben, und zwar:

1) Wenn die nämlichen Buchstaben 2 — 3 oder mehrmal beisammenstehen, so bedeuten sie 2 oder 3 oder mehrmal soviel, als:

II	bedeutet	2. —	III	bedeutet	3.	
XX	=	20. —	XXX	=	30.	
CC	=	200. —	CCC	=	300. —	CCCC bedeutet 400.
MM	=	2000. ꝛc.				

2) Wenn einem der 7 Buchstaben von größerer Bedeutung ein anderer von geringerer Bedeutung 1 — 2 oder mehrmal zur Rechten vorsteht, so wird dieser jenem hinzugezählt, als:

VI bedeutet	6. —	VII bedeutet	7. —	VIII bedeutet	8.				
XI =	11. —	XII =	12. —	XIII =	13. —	XV bed. 15.			
LX =	60. —	LXX =	70. —	LXXX =	80.				
CL =	150. —	DC =	600. —	DCC =	700.				
MCXI =	1111. —	MDX =	1510.						
MDCLXVI =	1666. —	MDCCLXXXXVI =	1796. ꝛc.						

3) Wenn aber einem der 7 Buchstaben von größerer Bedeutung ein anderer von geringerer Bedeutung 1 mal zur Linken vorsteht; so gilt jener um so viel weniger, als dieser, z. B.

IV bedeutet	4.		
IX =	9. —	XIX bedeutet	19.
XL =	40. —	XC =	90.
CDII =	402. —	CM =	900 ꝛc. ꝛc.

Jedoch will man behaupten, daß die Römer mit einem vor M Links vorstehenden weniger bedeutenden Buchstaben nur die Vielheit der Tausende anzeigten, z. B. 10000 mit XM, 100000 mit CM. Dergleichen Zahlen findet man aber bei denselben mehr mit Worten, als mit einzelnen Buchstaben ausgedrückt.

§. 15.

Der römischen Zahlzeichen bedient man sich heute zu Tags gemeiniglich bei öffentlichen Aufschriften und in gelehrten Schriften bei Bestimmung eines Alters, einer Jahrzahl, einer Abtheilung ꝛc. ꝛc., wie selbst in diesem Buche zu lesen ist. Die gemeinen Leute bedienen sich auch derselben in ihren kleinen Alltagsrechnungen, wo sie nicht mit der Feder, sondern mit der Kreide ihre Zahlen geschwind anschreiben, aber sie gebrauchen gemeiniglich nur die 3 ersteren Buchstaben: I. V. X. Z. B.

anstatt	8	schreiben	sie	VIII.
=	12	=	=	XII.
=	14	=	=	XIV oder XIIII.
=	15	=	=	XV = XIIIII.
=	20	=	=	XX.

Haben sie anzuschreiben 8 $\frac{1}{2}$, so legen sie I um auf folgende Art $\overline{\text{VIII}}$.

Mehreres hievon lehrt der gemeine Umgang.

Zweiter Unterricht

die

Grundrechnung in ungenannten ganzen Zahlen,
oder die vier ersten Rechnungsarten in denselben betreffend.

I. Abschnitt.

Vorläufige Erklärungen.

§. 16.

Rechnen heißt aus einigen gegebenen bekannten Zahlen eine verlangt werdende neue noch unbekannte finden, welche mit jenen in einer gewissen Verbindung stehet. Wenn man also nach Ersten Unterricht, II. und III. Abschnitt nur Zahlen ausspricht oder anschreibt; so heißt dies nicht rechnen, weil dadurch keine neue Zahl gefunden, sondern eine schon bekannte, gehörig zusammengefaßte, oder zusammengerechnete Zahl blos mündlich oder schriftlich ausgedrückt wird. Demnach können nur einige einzeln gesetzte, und wie §. 11 durch ein Beispiel zeigt, noch nicht gehörig zusammengefaßte oder verbundene Zahlen ein Gegenstand des Rechnens werden.

§. 17.

Einzeln gegebene oder gesetzte ganze Zahlen, mit denen man rechnet, können gegen einander betrachtet, einfach und mehrfach, gleich und ungleich, gerad und ungerad seyn.

Welche Zahlen einfach und mehrfach seyen, ist oben §. 5 und 6 gelehrt worden.

Gleich heißen jene Zahlen, welche gleichviel bestimmen, daher gegen einander betrachtet durch die nämlichen Zahlzeichen ausgedrückt sind. Z. B. 1 und 1 — 2 und 2 — 3 und 3 ꝛc. — 12 und 12 ꝛc. — 20 und 20 ꝛc. — 425 und 425 ꝛc. — 300 und 300 ꝛc. — 501 und 501 ꝛc. —

Ungleich heißen die Zahlen, welche ungleich viel, die eine mehr — die andere weniger — bestimmen, daher auch gegen einander betrachtet, nicht durch die nämlichen Zahlzeichen ausgedrückt sind. Z. B. 1 und 2 — 7 und 5 und 6 — 12 und 15 — 20 und 30 — 425 und 421 ꝛc. — Man nennt auch insgemein die Zahl, welche mehr bestimmt, eine größere, und welche weniger bestimmt, eine kleinere Zahl.

Gerad heißt man die Zahlen, welche sich in 2 gleiche Zahlen theilen lassen, z. B.

2 läßt sich theilen in 1 und 1
4 = = = = = = 2 = 2
6 = = = = = = 3 = 3
8 = = = = = = 4 = 4
10 = = = = = = 5 = 5 ꝛc.

Letztere Zahl 10, und alle Zahlen, welche gegen die rechte Hand am Ende mit Nullen ausgedrückt sind, heißen auch runde Zahlen von 0 (Null). —

Also sind 2. 4. 6. 8. 10 ꝛc. gerade Zahlen.

Ungerad heißt man jene Zahlen, welche sich nicht in 2 gleiche Zahlen theilen lassen. Z. B. 1 — 3 — 5 — 7 — 9 — 11 — 13 — 15 — 17 — 19 — 21 — 23 ꝛc.

§. 18.

Wie nun, wenn einige dieser verschiedenen Zahlen gegeben sind, daraus eine verlangt werdende neue, mit diesen eine gewisse Verbindung habende Zahl erfunden werde, lehrt die Rechenkunst als eine Wissenschaft von Zahlen, und beschäftiget sich zu dem Ende blos mit Vermehren und Vermindern derselben.

Beides, das Vermehren und Vermindern der gegebenen Zahlen, lehrt sie auf zweierlei Art, und zwar:

a) Das Vermehren.

1) Durch nach und nach zu pflegendes Hinzusetzen, oder Hinzuzählen zweier oder mehrerer gegebenen Zahlen zu einander mit dem Wörtchen und, z. B. 1 und 1 vermehren sich zu 2, d. h. 1 und 1 sind 2, — 2 und 1 sind 3, — 9 und 1 sind 10, — 2 und 1 und 4 sind 7.

2) Durch so öfteres Nehmen, oder Verdoppeln, Vervielfältigen einer gegebenen Zahl, als eine andere gegebene bestimmt, mit dem Wörtchen Mal. Z. B. 4 vermehrt sich durch 2 zu 8, oder 2 vermehrt sich durch 4 zu 8, d. h. 4 ist so oft zu nehmen, als 2 bestimmt, oder 2 ist so oft zu nehmen, als 4 bestimmt. Nämlich 2 mal 4 ist 8 und 4 mal 2 ist auch 8.

b) Das Vermindern.

1) Durch allmähliges Abziehen oder Abzählen einer gegebenen kleinern Zahl von einer gegebenen größern mit dem Wörtchen von, z. B. 4 vermindert sich auf diese Art durch 2 zu 2, d. h. 2 von 4 abgezogen, abgezählt bleiben 2.

2) Durch so oft, oder vielmaliges Abziehen oder Abzählen einer gegebenen Zahl von einer andern, als jene in dieser ganz, oder auch nur theilweis enthalten ist; oder durch so vielmaliges Theilen einer gegebenen Zahl in eine andere, als jene in dieser ganz oder auch nur theilweis enthalten ist, welches geschieht mit dem Wörtchen in. Z. B. 2 vermindert sich auf diese Art durch 2 zu 1, d. h. 2 ist in 2 enthalten 1 mal ganz — 4 auf diese Art vermindert sich durch 2 zu 2, d. h. 2 ist in 4 enthalten 2 mal — oder 1 vermindert sich auf diese Art durch 2 zu 1/2, d. h. 2 ist in 1 enthalten nicht 1 Ganzes- sondern 1/2tel, 1 halbes Mal. — Ferner 4 vermindert sich durch 3 zu $1 \frac{1}{3}$ Mal, d. h. 3 ist in 4 enthalten 1 Ganzes- und 1/3tel Mal. Die Entstehung dieser Brüche wird unten im Vten Abschnitte, wo solche verständlicher erklärt werden kann, deutlicher gezeigt werden.

§. 19.

Aus diesem zweierlei Vermehren und Vermindern der Zahlen haben die alten Lehrer der Arithmetik (Rechenkunst) 4 Rechnungsarten, oder nach ihrer lateinischen Sprache 4 Species gebildet, nämlich:

1) Die Addition (das Hinzusetzen, Hinzuzählen, Hineinzählen),
2) = Subtraction (das Abziehen, Abzählen),
3) = Multiplication (das Vervielfältigen, Verdoppeln),
4) = Division (das Zertheilen, Gleichetheilen),

und für jede dieser 4 Rechnungsarten gewisse Rechnungsregeln fest gesetzt, um besonders bei großen mehrfachen Zahlen nicht leicht fehlen zu können, welche alle in nachstehenden 4 Abschnitten auseinander gesetzt werden. Da hierauf nach §. 18 alles Rechnen beruht, so werden dieselbe füglich die Grundrechnung genannt, und zwar nach §. 3 die Grundrechnung in ungenannten oder genannten Zahlen.

§. 20.

Auch wurde von den alten Lehrern

1) zum Behufe des leichten und geschwinden Rechnens in erst erwähnten 4 Rechnungsarten eine allgemeine Rechentafel — das sogenannte Einmal Eins — erfunden, welches Anfänger vor allen auswendig zu erlernen haben, wenn sie einen Fortgang in der Rechenkunst machen wollen. Zu dem Ende steht solches in am Ende beiliegender Tabelle II. vor= — und rückwärts ausgefertigt. Ihr guter Gebrauch soll bei jeder Rechnungsart augenfällig gezeigt werden.

2) Zur besondern Erleichterung und Beförderung der Division oder Theilungen zweier Zahlen in einander, hauptsächlich, wenn diese große mehrfache Zahlen sind, haben die neueren Lehrer der Rechenkunst gelehrt, solche vorher verkleinert (gehoben) in Ansatz zu bringen. Da aber dies Verkleinern (Heben) eine vollständige Kenntniß von der Division selbst voraussetzet, so soll erst hievon ausführlich unten im Vten Abschnitte nach den Regeln von der Division gehandelt werden.

II. Abschnitt.

Die Addition oder das Addiren in ungenannten ganzen Zahlen.

§. 21.

Addiren heißt aus 2 oder mehreren gegebenen Zahlen eine neue so große Zahl finden, welche alle dieselben in sich enthält (zusammengefaßt, in eine Zahl verbindet). Demnach ist die Addition nichts als die Zusammenfassung, Zusammenzählung, Verbindung mehrerer Zahlen in eine große eben so viel gültige Zahl.

Die 2 oder mehreren gegebenen Zahlen, nennt man kurz: Summirende — Zahlen oder Posten, und die neu gefundene Zahl Summe, oder Betrag. —

Eine Summe wird also die Zahl genannt, welche so groß ist, als 2 oder mehrere Zahlen zusammengenommen, z. B. nach §. 18. litt. a Nro. 1. ist 2 die Summe von 1 und 1, — 7 die Summe von 1 — 2 und 4, — oder eine Summenzahl ist die Bestimmung des wie viel zusammen? oder wie viel im Ganzen?

Zum Addiren können demnach 2 und mehrere summirende Zahlen, welche sogar nach §. 17 verschieden seyn können, gegeben werden. Sind nur einfache Zahlen zum Addiren, d. h. zur Erfindung ihrer Summe gegeben worden, so hat man nur das Hinein- oder Hinzuzählen zu wissen, welches darin besteht, daß man im Kopfe, d. h. im Sinne eine der gegebenen Zahlen durch nach und nach zu pflegendes Ein- oder Hinzuzählen so vieler Eins vermehrt, oder vergrößert, als eine andere, oder mehrere gegebene Zahlen nach einander enthalten. Z. B. bei 5, 3, 2 sage ich, 5 und 3 Eins dazu sind 8, 2 Eins dazu sind 10. Dadurch habe ich die Zahl 5 mit 3 und 2 auf 10 vermehrt oder vergrößert, oder die 3 Zahlen in die eine Zahl 10 zusammengefaßt. Wenn aber einfache und mehrfache, oder nur mehrfache, besonders große mehrfache Zahlen zum Addiren vorkommen, so wird, um diese jedesmal auf eine richtige Summe zu bringen, besonders erfordert, daß dieses Hinein- oder Hinzuzählen annebst nach der steigenden Größe und Bedeutung der Zahlen gleichartig nach und nach geschehe, wozu folgende Regeln dienen:

§. 22.

Regeln der Addition.

1) Die summirenden (zu addirenden) Zahlen, welche 2 oder mehrere seyn können, werden also unter einander angesetzt, daß die Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. s. w. gerade abwärts zu stehen kommen, dann wird ein Querstrich darunter gezogen.

2) Fängt man rechts an, die Einer mit dem Worte und, aufwärts zusammen zu zählen. Machen diese eine einfache Zahl aus, so schreibt man solche alsdann unter den Querstrich gerade unter die Einer herab; eben so macht man es auch bei den Zehnern, Hunderten, u. s. w. wenn einige derselben folgen.

3) Wenn die Einer — desgleichen auch die Zehner, Hunderte u. s. w. eine mehrfache Zahl ausmachen, welche mit 2 oder gar 3 Zahlzeichen auszudrücken ist, so wird nur das eine Zahlzeichen Rechts stehend, jedesmal unter den Querstrich herabgesetzt, das andere oder die andern aber Links stehend, werden nach ihren Zahlenwerth zur folgenden nächsten Zahlenreihe aufwärts eingezählt; folgt aber keine Reihe oder kein Zahlzeichen mehr aufwärts, so wird die mehrfache Zahl ganz herabgesetzt.

4) Wenn in einer Zahlenreihe aufwärts unter den eigentlichen Zahlzeichen auch Nullen vorkommen, so werden diese als nichts geltend übergangen; besteht aber diese Reihe nur aus 1 oder mehreren Nullen, so wird nur 1 Null unter den Querstrich gerade herabgesetzt, wenn nicht aus der vorher addirten Reihe ein eigentliches Zahlzeichen nach 3ter Regel übrig ist, welches alsdann statt des Nulls darunter zu setzen ist. Man lerne die Anwendung dieser Regeln aus folgenden Beispielen, und zwar

Beispiele für die 1te und 2te Regel.

Z. B. man hat die beiden Zahlen: 524 und 242 auf eine Zahl zu bringen, oder zu addiren, so setzt man an: 524 / 242, und weil man die Einer zuerst aufwärts zu zählen hat, beym Aufwärtszählen aber leicht zu

zählen anfängt, wenn man die erste größere Zahl zuerst spricht und die kleinere hernach hinzuzählt, so sagt man: 4 und 2 sind 6. Dies 6 als eine einfache Zahl gerade unter die Einer herabgeschrieben, giebt 524 242 — 6. Die Zehner 4 und 2 sind auch 6. Dies 6 wieder als eine einfache Zahl gerade unter die Zehner herabgeschrieben, giebt 524 242 — 66. Endlich die Hunderte 5 und 2 sind 7. Dies 7 auch wieder als eine einfache Zahl gerade unter die Hunderte gesetzt, giebt 524 242 — 766, sonach wurden die beyden Zahlen 524 und 242 auf die einzige Zahl 766 richtig gebracht, oder addirt.

Man hat ferner die 5 Zahlen: 2 — 11 — 3 — 652 — 211 zusammen zu addiren. Nach erst gelehrtem Ansatze wird angeschrieben: 2 11 3 652 211 und nach erst gezeigten, darnach gemachten Aufwärtszählen erhält man zur richtige Summe 879.

Beispiele für die 3te Regel.

Z. B. man soll die 3 Zahlen: 524 — 236 — 742 addiren. Der Ansatz ist 524 236 742 — 1502 weil hier die Einer in der ersten Reihe aufwärts 12, eine mehrfache Zahl, zählen, so wird hievon 2 Rechts unter die Einer herabgesetzt, und das 1 Links den folgenden Zehnern aufwärts eingezählt, sprechend: 4 und 1 giebt 5, 3 dazu giebt 8, 2 dazu giebt 10. — Nun wird hievon 0 Rechts unter die Zehner herabgesetzt, und das 1 Links den weiter folgenden Hunderten aufwärts eingezählt; nämlich 7 und 1 giebt 8, 2 dazu giebt 10, 5 dazu

giebt 15, und weil keine Zahlenreihe mehr aufwärts folgt, so wird die ganze mehrfache Zahl 15 unter die Hunderte herabgesetzt, jedoch so, daß 5 unter die Hunderte gerade herab — und 1 als Tausend neben hinausgerückt zu stehen kommt.

Ferner wenn man die 10 pur einfache Zahlen: 6 — 2 — 7 — 3 — 5 — 2 — 1 — 8 — 4 — 9 zusammenzählen soll, so setzt man solche als Einer gerade unter einander an, und verfährt bei ihrer Zusammenzählung, wie bisher, als

```
 6
 2
 7
 3
 5
 2
 1
 8
 4
 9
──
47
```

weil hier die Einer die mehrfache Zahl 47 betragen, und keine Reihe mehr aufwärts zu zählen nachfolgt, so wird 47 als die richtige Summe ganz unter den Querstrich herabgesetzt, jedoch so, daß 7 unter die Einer gerade herab — und 4 als Zehner neben hinausgerückt zu stehen kommt.

5364 — 542 — 764 zusammenaddirt, als

```
 5364
  542
  764
─────
6,670
```

geben die richtige Summe 6,670

weil hier die Einer 10 betragen, so wird unter die Einer nur ein 0 gesetzt, und das 1 den folgenden Zehnern eingezählt, welche mit 1 betragen 17. Nun wird 7 unter die Zehner herabgesetzt, und 1 den weiter folgenden Hunderten eingezählt, welche mit 1 betragen 16. Daher wird 6 unter die Hunderte herabgesetzt, und 1 den schlüßlich folgenden Tausenden eingezählt, welche mit 1 vermehrt, 6 betragen. Dies 6 wird dann gerade unter die Tausende herabgesetzt, und so kommt heraus die richtige Summe 6,670.

2 31 4 798 31 611 19 1243 ——— 2739	Weil hier die Einer 29 betragen, so wurde nur 9 herabgeschrieben, und 2 zu den Zehnern gerechnet. Diese betragen 23 mit 2, daher schrieb man nur 3 herab, und rechnete 2 zu den Hunderten. Diese betragen 17 mit 2, und man schrieb nur 7 herab. Nun das 1 zu 1 Tausend gezählt giebt 2. Auf diese Art kam die richtige Summe 2739 heraus.

Wenn ich 789 in einer Reihe 12mal herabgesetzt habe, und zusammen addiren soll, so zähle ich sehr leicht aufwärts, wenn ich die Rechentafel, oder das sogenannte Ein mal Eins nach §. 20 im Kopfe habe, nämlich:

789 789 789 789 789 789 789 789 789 789 789 789 ——— 9,468	Hier spreche ich a) bei den Einern: 10 mal 9 ist 90 — 9 dazu ist 99, 9 weiter dazu ist 108, und setze 8 gerade unter die Einer herab. Das übrige 10 zähle ich dann den folgenden Zehnern ein — sprechend b) bei den Zehnern: 8 mal 10 ist 80, und mit den 10 von den Einern 90 — 8 dazu 98, 8 weiter dazu 106. Ich setze dann 6 gerade unter die Zehner herab, und das übrige 10 zähle ich dann den weiter folgenden Hunderten ein. Nämlich ich spreche c) bei den Hunderten: 7 mal 10 ist 70 — und mit den 10 von den Zehnern 80, 7 dazu 87, 7 weiter dazu 94. Weil nun keine Reihe mehr aufwärts zu zählen vorkömmt, so setze ich die ganze mehrfache Zahl 94 also herab, daß 4 gerade unter die Hunderte, und 9 als Tausende neben hinausgerückt zu stehen kommt.

Auf diese leichteste Zählungsart habe ich nun 12 mal 789 in die richtige Summe 9468 gebracht.

Beispiele für die 4te Regel.

Bei 5764 130 209 ——— 6103	ist bei dem Aufwärtszählen das 0 unter den Einern und Zehnern als nichts geltend zu übergehen, und nach den 3 ersten Additionsregeln zu verfahren.

Dann bei 403
2 ist das bloße Null in der Zehnerreihe gerade unter den Querstrich herabzusetzen, weil die Einer-Reihe keine mehrfache Zahl beträgt.
4
409

Ferner bei 400
3100 wird unter die Einer-Reihe, welche aus 4 Nullen blos besteht, nur ein 0 gerade herabgesetzt; in der Zehnerreihe werden die 3 Nullen als nichts geltend übergangen, desgleichen in der Reihe der Hunderten übergeht man das eine 0. Endlich
340
3000
6840

bei dergleichen Posten 500004 wird in der Reihe der Zehner aus pur 0 bestehend, weil die Einer die mehrfache Zahl 10 betragen, diese ganz gerade herabgeschrieben. In der Reihe der Hunderten wird zwar das 0 übergangen, weil aber diese 10 beträgt, so wird ein 0 gerade unter die Hunderte herabgesetzt, und das 1 als 1 Tausend den 9 Tausenden mit Übergehung des Nulls eingezählt, woraus 10 resultirt, welches ganz gerade herabgesetzt wird, weil 10 Tausendreihe aus pur Nullen besteht.
709701
202
103
1,210,010

Bei 999
878
909
989 wo der Posten so viele und starke mit mehrfachen Zahlen gegeben sind, welche nur mit der größten Aufmerksamkeit nach den Additionsregeln richtig addirt werden können, erleichtert man sich das Addiren dadurch, daß man diese durch 2 gegen die rechte Hand hin gezogenen Querstriche in 3 Klassen abtheilt, jede Klasse nach den bisherigen Regeln addirt, und die Summe jedesmal unter den hinausgezogenen Querstrich setzt, so, daß jede Summe den Ansatz nach der ersten Additionsregel erhält, weil zuletzt die einzelnen Summen in eine Hauptsumme zu bringen sind.
675

878	— 4450
999	....
909	....
999	....
909	....
878	....
989	— 5572
909	....
989	....
909	....
989	....
14807	— 4785

14,807 Hauptsumme.

§. 23.

Besondere Additionsvortheile zum Behufe des geschwinden Addirens.

Die besondern Additionsvortheile sollen nichts, als das möglichst geschwindeste Zusammenzählen der Zahlen angeben. Nach erklärten Beispielen für die obige 1te und 2te Additionsregel fängt man beym Aufwärtszählen einer Zahlenreihe zwar leicht an zu zählen, wenn man die erste größere Zahl zuerst spricht, und die kleinere hernach hinzuzählt. Wenn aber diese nicht 1 — 2 — 3 oder 4 ist, so stockt ein Anfänger schon beym Zählen. Daher merke sich derselbe zu seiner Erleichterung folgende Vortheile:

1) Leicht und geschwind zählt man aufwärts, wenn auf 10 gezählt wird, d. h. eine anfangende größere Zahl einer kleinern eingezählt 10 giebt, z. B. 7 und 3 giebt 10, weil man hernach leicht zu 10 zählt 5, 6, 7, 8, 9, nämlich 10 und 5 giebt 15; 10 und 6 giebt 16; 10 und 7 giebt 17 u. s. w.

2) Wenn dies anfangende 10 zählen nicht natürlich folgen will, so darf man nur der kleinern Zahl so viel abzählen, als die größere Zahl zu 10 braucht, und sich um so viel die kleinere Zahl geringer denken, oder aussprechen, welche dann nur dem 10 einzuzählen ist. Z. B. bei 9 und 5 sage: 1 von 5 genommen und zu 9 gerechnet, giebt 10, hiezu die übrigen 4, giebt 14; also 9 und 5 sind 14.

Bei 8 und 6 sage: 2 von 6 genommen und zu 8 gezählt, giebt 10, hiezu die übrigen 4, giebt 14.

3) Wenn man von 10 auf 10 zählen kann, und dabei die Rechentafel oder das sogenannte Einmal Eins nach §. 20 auswendig weiß; als: 10 und 10 giebt 20, weil 2 mal 10 ist 20. — 10 noch dazu giebt 30 ꝛc. ꝛc. —

4) Wenn man beym Aufwärtszählen zu 13, 14, 15 ꝛc. 9 zu zählen hat, so zählt man 9 als 10 ein, rechnet aber zuletzt 1 zurück; als: bei 15 denke man sich 9 als 10 und spreche: 15 und 10 giebt 25, 1 aber weniger 24. Also zählt man auch 25 und 9 auf 34. — 82 und 9 auf 91 ꝛc. —

Eben so kann man es auch bei 8 machen, wo man zuletzt 2 zurückzurechnen hat, als: bei 14 und 8 sagt man: 24 und 2 zurück 22.

5) Wenn man beim Aufwärtszählen 2 oder mehrere gleiche Zahlen hat, und das Einmal Eins zu Hilfe nimmt, z. B. bei 7 und 7 sagt man 14, weil 2 mal 7 ist 14. Bei 9, 9, 9, 9, sagt man 36, weil 4 mal 9 ist 36 ꝛc. Dieser Vortheil wurde schon oben im letzten Beispiele für die dritte Additionsregel gebraucht.

6) Wenn man beim Aufwärtszählen 2 oder mehrere ungleiche Zahlen mittelst Ab- und Zuzählen im Sinne zu gleichen Zahlen machen kann, und dann nach dem erstgesetzten fünften Vortheil verfährt. Z. B. bei 7 und 8 sage: 2 mal 7 ist 14, 1 dazu giebt 15. — Bei 6, 7, 6, sage: 3 mal 6 ist 18, 1 dazu giebt 19. — Bei 9, 8, 9, sage: 3 mal 8 ist 24 und 2 dazu 26. — Bei 8, 6, 7, sage: 3 mal 7 ist 21.

Beispiele ad 1.

630
479
823
397
2,329

Hier sagt man bei den Einern: 7 und 3 ist 10, 9 dazu 19 — bei den Zehnern 9 und 1 geblieben 10, 7 dazu 17, 2 dazu 19, 3 dazu 22 — bei den Hunderten 8 und 2 geblieben ist 10, 3 dazu 13, 6 und 4 oder 10 dazu ist 23. —

107
250
392
408
1,157

Hier sagt man bei den Einern: 8 und 2 ist 10, 7 dazu 17 — bei den Zehnern 9 und 1 geblieben ist 10, 5 dazu 15 — bei den Hunderten 4 und 1 geblieben ist 5, 3 dazu ist 8, 2 dazu ist 10, 1 dazu ist 11.

Beispiele ad 2.

532
258
789
1,579

Hier spricht man 9 und 1 von 8 dazu ist 10, 7 dazu ist 17, 2 dazu ist 19. Bei den Zehnern 8 und 1 geblieben ist 9, 1 von 5 hiezu ist 10, 4 dazu ist 14, 3 dazu ist 17. Bei den Hunderten 7 und 1 geblieben ist 8, 2 dazu ist 10, 5 dazu ist 15.

564
305
607
1,476

Hier zählt man 5 und 4 ist 9, 1 von 7 hiezu ist 10, die 6 übrigen hiezu ist 16. Bei den Zehnern 6 und 1 geblieben ist 7. Bei den Hunderten 6 und 3 ist 9, 1 von 5 hiezu ist 10, die übrigen 4 hiezu ist 14.

Beispiele ad 3.

506
104
902
108
309
701
2,630

Hier spricht man: 9 und 1 ist 10, 8 und 2 ist 10, 6 und 4 ist 10, also 3 mal 10 ist 30, und schreibt 30 ganz herab, weil keine Zehner da sind. Bei den Hunderten, 7 und 3 ist 10, 9 und 1 ist 10, also 2 mal 10 ist 20, 5 dazu ist 25, 1 dazu ist 26.

17
23
34
46
120

Hier kann man sprechen: 6 und 4 ist 10, 7 und 3 auch 10, also 2 mal 10 ist 20. Bei den Zehnern 4 und 2 geblieben ist 6, 3 dazu ist 9, 2 dazu 11, 1 dazu 12 — oder kürzer, zuerst die Zehner zusammennehmen, sprechend: 40, 30, 20, 10 ist 100, hiezu die 2 Zehner Einer zählen giebt auch 120.

Beispiele ad 4.

899
143
484
906
2,432

Hier spricht man: 6 und 4 ist 10, 3 dazu ist 13, 9 als 10 hiezu ist 23 und um 1 geringer 22. Bei den Zehnern 8 und geblieben 2 ist 10, 4 dazu ist 14, 9 als 10 dazu 24 und um 1 weniger 23. Bei den Hunderten 9 und 2 geblieben ist 11, 4 dazu ist 15, 1 dazu ist 16, 8 als 10 dazu ist 26 und 2 weniger 24.

88
97
21
39
245

Hier kann man sprechen: 9 und 1 ist 10, 7 dazu 17, 8 als 10 dazu 27, und um 2 weniger 25. Bei den Zehnern 8 und 2 geblieben ist 10, 9 dazu ist 19, 2 dazu 21, 3 dazu ist 24, oder ich kann bei den Zehnern auch unten aufwärts zählen, sprechend: 3 und 2 geblieben ist 5, 2 dazu ist 7, 9 als 10 dazu 17, und um 1 weniger 16, 8 als 10 dazu ist 26, und um 2 weniger 24.

Beispiele ad 5.

8345
8057
8315
24,717

Hier sagt man bei den Einern: 2 mal 5 ist 10, 7 dazu 17. Bei den Zehnern 5 und 1 geblieben ist 6, und 1 dazu ist 7, 4 dazu ist 11. Bei den Hunderten 2 mal 3 ist 6 und 1 geblieben ist 7. Bei den Tausenden 3 mal 8 ist 24.

76
36
76
76
26
290

Hier sagt man bei den Einern: 5 mal 6 ist 30. Bei den Zehnern 3 mal 7 ist 21, die 3 übrig geblieben von den Einern hinzu ist 24, 3 noch dazu ist 27, 2 endlich dazu ist 29. Bei den Zehnern kann man auch von unten aufwärts zählen, sprechend: 7 und 3 geblieben ist 10, 7 dazu 17, 2 dazu ist 19, 7 und 3 als 10 hinzu ist 29.

Beispiele ad 6.

477
568
656
1,701

Hier sagt man bei den Einern im Sinne: 3 mal 7 ist 21. Bei den Zehnern, 3 mal 6 ist 18 und 2 geblieben hinzu ist 20. Bei den Hunderten, 3 mal 5 ist 15, und 2 geblieben hinzu ist 17.

678
789
438
1,905

Hier sagt man bei den Einern: 3 mal 8 ist 24, 1 dazu 25. Bei den Zehnern, 8 und 2 geblieben ist 10, 7 und 3 als 10 hinzu 20. Bei den Hunderten mit gebliebenen 2 sagt man: 3 mal 6 ist 18 und 1 dazu ist 19.

Beispiele zur Übung mit Ansatz.

	9	800040
4607890	56	4050
434274	534	700010
91045	4760	300000
3150	83108	801030
567	560980	2010
88	1287049	700030
9	86749797	20
5,137,023	88,686,293	3,307,190

Beispiele zur Übung, ohne Ansatz.

Wenn 5824 — 513 — 32 — 20 zusammenaddirt werden, wie stark ist die Summe?

Antwort 6,389.

Wie viel machen 950761 — 8234 — 70580 — 436 — 702135 — 40063 — 1020 im Ganzen genommen aus?

Antwort 1,773,229.

Wie viel betragen 438 — 701 — 3006 — 476 — 39 — 205 — 831027 — 526 — 7000 — 5384 — 70806?

Antwort 919,608.

Welches ist der Betrag von den zusammenaddirten Zahlen: 8 — 61 — 254 — 8167 — 381 — 962 — 45 — 38 — 74 — 7?

Antwort 9,997.

Welche große Zahl kommt zur Summe heraus, wenn 603 — 100 — 415 — 290 — 131 — 570 — 900 — 104 — 212 — 308 — 466 — 606 — 700 — 532 — 205 — 811 — 100 — 777 zusammengezählt werden?

Antwort 7,830.

§. 24.

Probe über die Addition.

Da auch der geübteste Rechner sich leicht verrechnen kann, so ist es gut, sobald man etwas gerechnet hat, solches gleich regelmäßig nachzurechnen, um zu sehen, ob man nicht gefehlt habe. Dies Nachrechnen heißt man Probe machen. Die Probe über die Addition geschieht demnach also: man addirt noch einmal, und zwar, hat man das erstemal von unten aufwärts gezählt, so zählt man das zweitemal von oben abwärts, und so umgekehrt; kommt zum zweitenmale das nämliche zur Summe heraus, so ist recht addirt worden. Noch besser und sichrer macht man die Probe über die Addition durch die Subtraction, welches in folgenden Abschnitt gezeigt werden soll. So wie aber durch die Subtraction eine Probe über die Addition sich machen läßt, so kann man auch durch die Addition eine Probe über das richtige Anschreiben großer Zahlen (das sogenannte alte Nummeriren) machen; denn die Addition geschieht nach einer ordentlichen Untereinandersetzung der in einer Bedeutung vielmal vorkommenden Zahlen; aber zum Anschreiben gehörig ausgesprochene (nummerirte) Zahlen sind schon addirte (summirte) Zahlen. Wenn man also große ausgesprochene Zahlen angeschrieben hat, und sehen will, ob man richtig angeschrieben hat, so darf man sie nur einzeln, wie solche ausgesprochen werden, anschreiben, jedoch so, daß sie von einer Bedeutung untereinander gesetzt zu stehen kommen, hernach addiren; z. B. ich soll anschreiben: 6 Millionen 8 Tausend und 5. Ich schreibe hin 6,008,005. Nun diese einzeln gesetzt

	6,000,000	
	8,000	
	5	und addirt
geben auch	6,008,005	also ist richtig angeschrieben worden.

Dies einzelne Ansetzen der Zahlen, wie solche ausgesprochen werden, und hernach addiren, ist besonders da nothwendig, wenn sie nach §. 11 in einer Bedeutung doppelt gegeben (ausgesprochen) worden sind, in welche man sich beim Anschreiben nicht gleich zu finden weiß; z. B. bei 11 Tausend, 12 Hundert und 7, wo einfache Tausende zweimal gegeben sind, (11 Tausend enthält ein zehn= und einfaches Tausend, 12 Hundert enthält ein einfaches Tausend und 2 Hundert) mache ich den Ansatz nach der ersten Additionsregel also:

11000		11000
1200		1100
7		11
12,207	also auch bei 11 Tausend, 11 Hundert und 11	12,111

III. Abschnitt.

Die Subtraction, oder das Subtrahiren in ungenannten ganzen Zahlen.

§. 25.

Subtrahiren heißt aus nur 2 gegebenen ungleichen Zahlen eine dritte neue Zahl finden, welche den Unterschied der Größe zwischen beiden bestimmt, d. h. ausdrückt, um wieviel eine von den 2 gegebenen Zahlen größer als die andere sei, oder wie viel Eins von der größern Zahl abzuziehen oder abzuzählen seien, daß sie der kleinern gleich werde. Demnach ist die Subtraction nichts anders, als die allmählige Verminderung, Verkleinerung einer gegebenen größern Zahl bis zu einer andern gegebenen kleinern, und bestehet in Ab= oder Zurückzählung so vieler Eins, als die größere Zahl mehr enthält, und Setzung einer dritten Zahl, welche solches anzeigt.

Die eine gegebene größere Zahl, von welcher abgezählt, abgezogen (subtrahirt) werden soll, heißt man kurz: Minuendus, die andere gegebene kleinere Zahl, welche von den größern abgezählt, abgezogen (subtrahirt) werden soll, Subtrahendus, und die dritte daraus neu gefundene Zahl, Differenz oder Rest.

Differenz oder Rest, ist also diejenige Zahl, welche anzeigt, um wie viel eine von 2 gegebenen Zahlen größer, als die andere sei, z. B. nach §. 18. litt. b. Nro. 1 ist 2 die Differenz oder der Rest von 4 und 2; denn 2 von 4 abgezählt, abgezogen (subtrahirt) geben 2 zur Differenz oder zum Rest, das heißt, 4 ist um 2 größer als 1, oder eine Differenz, oder Restzahl ist die Bestimmung des wie viel mehr in Beziehung auf den Minuendus, und die Bestimmung des wie viel weniger in Beziehung auf den Subtrahendus. —

Zur Subtraction werden demnach nur 2 gegebene Zahlen erfordert, und zwar eine größere, von welcher eine kleinere abgezogen werden kann, und soll. Zwei ganze gleiche Zahlen widersprechen dem Begriffe der Subtraction, weil eine von der andern abgezählt, abgezogen keine Differenz, keinen Rest giebt; z. B. 8 von 8, oder 12 von 12 genommen, bleibt Nichts, und eine größere Zahl läßt sich von einer kleinern Zahl gar nicht abzählen, abziehen, z. B. man kann nicht sagen, 8 von 7.

Welche Zahl größer, als die andere sei, ist §. 17 gelehrt worden. Bei einfachen Zahlen wissen es Anfänger leicht und gleich, z. B. daß 7 mehr als 5 sei. Bei mehrfachen großen Zahlen haben sie nur auf die Summe zu merken, welche jede ausdrückt. Z. B. 20 ist gewiß mehr als 13 — 200 auch mehr als 199 ꝛc.

Um 2 einfache Zahlen von einander zu subtrahiren, oder die Differenz, den Rest derselben zu finden, braucht man auch nichts besonders mehr zu wissen, als das Abzählen, welches darin besteht, daß man im Sinne die gegebene größere Zahl durch allmähliges Abziehen, Abzählen so vieler Eins vermindert, oder verkleinert, als die gegebene kleinere Zahl enthält, indem man von der kleinern Zahl zur größern hinauf zählt. So viel 1 man da mehr zählt, um so viel ist diese größer, d. h. dies ist die Differenz oder der Rest, welcher bemerkt wird. Z. B. wenn man 5 von 9 abzuziehen hat, so sagt man, 5 von 9, indem man von 5 auf 9

zählt, und findet, daß 4 Eins von 5 auf 9 zu zählen sind. Also ist 9 um 4 größer, als 5 — oder 5 von 9 bleibt 4 — 4 ist die Differenz, der Rest.

Wenn man aber eine einfache Zahl von einer mehrfachen, oder 2 besonders große mehrfache Zahlen von einander zu subtrahiren hat, so wird, um die Differenz oder den Rest richtig zu finden, besonders auch noch erfordert, daß dies Abzählen nach der steigenden Größe und Bedeutung der Zahlen gleichartig jedesmal geschehe, welches folgende Regeln lehren:

§. 26.

Regeln der Subtraction.

1) Die größere Zahl (der Minuendus) wird zuerst, dann darunter die kleinere Zahl (der Subtrahendus) gesetzt, also daß, wie bei der Addition, Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte ꝛc. gerade abwärts unter einander zu stehen kommen, hierauf ein Querstrich darunter gezogen.

2) Fängt man Rechts an, die untern Einer von den obern Einern mit dem Worte **von** abzuziehen (abzuzählen) der Rest, welcher immer eine einfache Zahl beträgt, wird gleich unter den Querstrich gerade unter die Einer herabgesetzt. So geschieht es auch bei den Zehnern, Hunderten u. s. w. wenn einige derselben beiderseits vorhanden sind, und hat nur der Minuendus Zehner, oder Hunderte, so werden diese als Rest unverändert herabgesetzt, weil nichts von ihnen abzuzählen, oder abzuziehen ist.

3) Kommen beiderseits gleich viele Einer, Zehner, oder Hunderte, d. h. gleiche Zahlzeichen von einander abzuziehen vor, so wird immer gerade unter dieselbe zum Reste ein 0 herabgeschrieben, desgleichen, wenn 0 von 0 abzuziehen ist, zum Zeichen, daß kein Rest geblieben ist. Wenn aber ein 0 im Subtrahendus von einem eigentlichen Zahlzeichen im Minuendus abzuziehen ist, so wird dieses unverändert zum Reste herabgesetzt, weil ein 0 nichts abzählt.

4) Wenn ein oberes Zahlzeichen, wovon abgezogen werden soll, weniger, als das gerade darunter stehende bedeutet, oder gar ein 0 ist, so muß man die Bedeutung des in der nächstfolgenden Stelle oben stehenden Zahlzeichens um 1 verringern, d. h. davon 1 entlehnen. Dies entlehnte Eins gilt ein Zehn (zehn Einer) oder Hunderte u. s. w., je nachdem von Zehnern, oder Hunderten ꝛc. 1 entlehnt worden ist, und wird links zu dem weniger bedeutenden Zahlzeichen oder 0 gesetzt gedacht, daher auch immer als zehn ausgesprochen. Man bezeichnet deswegen das nächstfolgende Zahlzeichen mit einem Punkte, welcher anzeigt, daß solches um 1 (ein Zehn) vermindert worden sei.

5) Wenn das nächste Zahlzeichen, bei welchem 1 entlehnt worden ist, selbst nur 1 ist, so muß man sich hernach dafür ein 0 gesetzt denken. Ist aber statt desselben schon selbst ein 0 gestanden, wovon ein 0, oder ein eigentliches Zahlzeichen abzuziehen ist, so wird hiefür 9 gesetzt gedacht, und das weiter nächstfolgende Zahlzeichen gilt 1 weniger, weil von diesem statt des Nulls nur 1 zu entlehnen ist. Dieses wird auch deswegen oben mit einem Punkte bezeichnet, nicht aber das 0.

6) Stehen oben im Minuendus 2, 3 oder mehrere Nullen nach einander, ohne daß ein eigentliches Zahlzeichen dazwischen steht, und es wird für diese entlehnt, so bedeutet das erste 0 von der rechten zur linken Hand 10, und von den folgenden anderen Nullen jedes 9. Das nächstfolgende Zahlzeichen gilt hernach wieder dafür 1 weniger, und wird deswegen oben mit einem Punkte bezeichnet, keines aber der Nullen.

7) Kommen ganz gleiche Zahlzeichen von einander zu subtrahiren vor, oder bleibt bei dem letzten Zahlzeichen links im Minuendus kein Rest, so werden die Restabgänge nicht mit Nullen, sondern Seitenstrichen (,) angezeigt, weil ein Null links zuerst stehend bei ganzen Zahlen gar nichts bedeutet. —

Die Anwendung dieser Regeln zeigt sich aus folgenden Beispielen:

Beispiele für die 1te und 2te Regel.

Wenn man die beiden Zahlen: 4163 — 6789 von einander subtrahiren soll, so setzt man letztere Zahl, weil sie größer ist, d. h. in ihrer Summe mehr beträgt, als Minuendus zuerst, und erstere kleinere Zahl als Subtrahendus gerade darunter also an: $\begin{array}{r}6789\\4163\\\hline\end{array}$, und nach gemachtem Querstriche spricht man bei den Einern: 3 von 9 bleibt 6; dies 6 als Rest gerade unter die Einer herabgesetzt, giebt $\begin{array}{r}6789\\4163.\\\hline 6\end{array}$ Bei den Zehnern: 6 von 8 bleiben 2; dies 2 gerade unter die Zehner herabgeschrieben, giebt $\begin{array}{r}6789\\4163.\\\hline 26\end{array}$ Bei den Hunderten: 1 von 7 bleibt 6; dies 6 gerade unter die Hunderte herabgeschrieben, giebt $\begin{array}{r}6789\\4163.\\\hline 626\end{array}$ Bei den Tausenden: 4 von 6 bleiben 2; dies 2 gerade unter die Tausende herabgeschrieben, giebt $\begin{array}{r}6789\\4163\\\hline 2626\end{array}$, und hat dadurch die dritte Zahl 2626 erfunden, welche anzeigt, daß gerade um so viel 6789 größer, als 4163 sei.

Man hat z. B. ferner 799 — 5 von einander zu subtrahiren. Nach erst gezeigtem Ansatze wird angeschrieben: $\begin{array}{r}799\\5\\\hline\end{array}$ und nach erst gezeigten Abwärtszählen erhält man bei den Einern zum Reste 4. Da aber der Subtrahendus keine Zehner und Hunderte abzuzählen hat, so werden diese von dem Minuendus gerade als Reste herabgeschrieben, und man erhält die richtige Differenz $\begin{array}{r}799\\5.\\\hline 794\end{array}$

Also giebt auch 25 von 137 subtrahirt, wo der Subtrahendus keine Hunderte hat, zum Reste $\begin{array}{r}137\\25.\\\hline 112\end{array}$

Desgleichen, wenn 212 von 8347 subtrahirt werden, bleiben $\begin{array}{r}8347\\212\\\hline 8135.\end{array}$ Hier wird 8 von dem Minuendus unverändert als Rest herabgeschrieben, weil der Subtrahendus keine Tausende abzuziehen hat.

Beispiele für die 3te Regel.

z. B. von 6317
5317 subtrahirt,
bleibt 1000 zum Reste. Weil hier beiderseits gleichviele Einer, Zehner und Hunderte, also gleiche Zahlzeichen von einander abzuziehen waren, so mußten für dieselben Nullen zum Reste herabgeschrieben werden.

Ferner von 5000
2000 abgezogen,
bleiben 3000 zum Reste. Weil hier beiderseits statt Einer, Zehner und Hunderte Nullen von einander abzuziehen vorkommen, so mußte überall nur ein 0 zum Reste herabgesetzt werden.

Endlich von 56410
36010 abgezogen,
bleiben 20400 zum Reste. Hier kam in der Stelle der Einer ein 0 zum Reste, weil nur Nullen von einander abzuziehen waren. Bei den Zehnern kam auch ein 0 zum Reste, weil gleiche Zahlzeichen 1 von 1 abzuziehen waren. Bei den Hunderten wurde 4 zum Reste unverändert herabgeschrieben, weil hievon nur ein 0 abzuziehen war. Bei den Tausenden wurde ein 0 zum Reste herabgeschrieben, weil auch wieder gleiche Zahlzeichen 6 von 6 abzuziehen waren.

Beispiele für die 4te Regel.

z. B. von 5243
3516 abgezogen,
bleiben 1727 zum Reste. Weil hier die Einer und Hunderte im Subtrahendus größer, als im Minuendus sind, so mußte, um subtrahiren zu können, 1 Zehn von Zehnern und 1 Tausend von Tausenden entlehnt werden. Daher sind 4 Zehner mit einem Punkte und 5 Tausend auch mit einem Punkte bezeichnet. Das entlehnte 1 von den Zehnern zu 3 links gesetzt gedacht, giebt 13. Nun kann man bei den Einern sprechen: 6 von 13 bleiben 7. Da 4 wegen der Entlehnung um 1 verringert worden ist, so bedeutet es 3, und man spricht daher bei den Zehnern: 1 von 3 bleiben 2. Ferner das entlehnte 1 von Tausenden links zu 2 gesetzt gedacht, giebt 12. Nun kann man auch bei den Hunderten sprechen: 5 von 12 bleiben 7. Da auch 5 wegen der Entlehnung um 1 verringert worden ist, so bedeutet es 4, und man spricht endlich bei den Tausenden: 3 von 4 bleibt 1.

Desgleichen von 6090
3247 abgezogen,

bleiben 2843 zum Reste. Weil hier im Minuendus an der Stelle der Einer und Hunderte 0 gesetzt ist, so mußte auch, um subtrahiren zu können, 1 Zehn von Zehnern, und 1 Tausend von Tausenden entlehnt werden, weswegen 9 Zeher und 6 Tausende mit einem Punkte bezeichnet wurden; daher gelten 6 Tausend nur 5 Tausend, und 9 Zehner nur 8 Zehner, dann jedes Null Zehn. Nun kann man subtrahiren, und sprechen: 7 von 10 bleiben 3, 4 von 8 bleiben 4, 2 von 10 bleiben 8, 3 von 5 bleiben 2.

Beispiele für die 5te Regel.

z. B. von 3411
2303 abgezogen,

bleiben 1108 zum Reste. Hier mußte, um subtrahiren zu können, 1 Zehn für die Einer entlehnt werden. Da dies entlehnte 1 das ganze Zehn (das 1 Zehn selbst) ist, so muß gedacht werden, daß das erste 1 an der Stelle der Einer 11, das zweite an der Stelle der Zehner 0 bedeute. Daher spricht man: 3 von 11 bleiben 8, 0 von 0 bleibt 0, 3 von 4 bleibt 1, 2 von 3 bleibt 1.

Desgleichen von 310
208 abgezogen,

bleiben 102 zum Reste. Hier wurde gleichfalls, um subtrahiren zu können, im Minuendus das ganze 10 zum 0 entlehnt, so daß das Null 10 und 1 Null gilt. Daher ist also zu subtrahiren, sprechend: 8 von 10 bleibt 2, 0 von 0 bleibt 0, 2 von 3 bleibt 1.

Ferner von 5023
3941 abgezogen,

bleiben 1082 zum Reste. Hier mußte, um fortsubtrahiren zu können, 1 Hundert für die Zehner entlehnt werden; da aber dies 1 Hundert nicht von 0 an der Stelle der Hunderte entlehnt werden konnte, so entlehnte man von 5 Tausend 1 Tausend, wovon das Null 900 und die 2 Zehner 100 als Zehn, oder das zehnte Hundert erhielten. Deswegen wurde auch nur 5 Tausend mit einem Punkte bezeichnet. Auf diese Art bekam im Minuendus 2 die Bedeutung von 12, und 0 die Bedeutung von 9; daher konnte man also sub-

trahiren, sprechend: 1 von 3 bleibt 2, 4 von 12 bleibt 8, 9 von 9 bleibt 0, 3 von 4 bleibt 1.

Endlich von 30112
10567 abgezogen,
bleiben 19545 zum Reste. Denn 7 von 12 bleibt 5, 6 von 10 bleibt 4, 5 von 10 bleibt 5, 0 von 9 bleibt 9, 1 von 2 bleibt 1.

Beispiele für die 6te Regel.

z. B. von 80000
34904 abgezogen,
bleiben 45096 zum Reste. Weil hier im Minuendus das erste 0 Rechts 10, und jedes gegen die linke Hand folgende Null 9 bedeutet, so mußte also subtrahirt werden, sprechend: 4 von 10 bleibt 6, 0 von 9 bleibt 9, 9 von 9 bleibt 0, 4 von 9 bleibt 5, 3 von 7 bleibt 4. Daß aber hier das entlehnte 10 Tausend den folgenden Nullen die angegebene Bedeutung giebt, ist also zu erklären. Jedes Zahlzeichen hat nach §. 6. von rechter zur linken Hand gezählt, und zwar in der zweiten Stelle anfangend, eine zehnmal größere Bedeutung. Diese zeigt auch ein 0 vor dem andern an, weil es nach §. 7. die Stelle eines in der verschieden folgenden Bedeutung nicht vorhandenen Zahlzeichens vertritt. Da aber von Nullen, die für sich nichts gelten, auch nichts abzuziehen ist, so muß von dem nächstfolgenden Zahlzeichen 1 entlehnet, und so unter dieselbe getheilt werden, daß jedes Null vor dem andern eine zehnmal größere Bedeutung bekömmt. Diese Zertheilung des entlehnten 1 ist dadurch möglich, weil es als ein entlehntes Hundert, oder Tausend, oder 10 Tausend, je nachdem von 100, 1,000, oder 10,000 entlehnt wurde, in mehrere Zehner niederer Art sich auflösen läßt. Im vorstehenden Beispiele geschah demnach die Zertheilung des entlehnten 10 Tausend also: das 0 in der Stelle der Tausende bekam 9,000, das 0 in der Stelle der Hunderte 900, das 0 in der Stelle der Zehner 90, das 0 in der Stelle der Einer des Subtrahirens wegen 10. Jedes Null bekam also nur so viel, als es nach seiner Bedeutung in seiner Stelle haben konnte. Es ist also gerade so viel, als wenn abgetheilt zu subtrahiren gewesen wäre, nämlich

von 70000	von 9000	von 900	von 90	von 10
30000	4000	900	00	4
bleiben 40000	5000	,,,	90	6 Rest,

denn wenn man den getheilten Minuendus, Subtrahendus und Rest jeden einzeln zusammenaddirt, so kömmt jeder nach obigem Beispiele in Summa heraus, als:

70000	30000	40000
9000	4000	5000
900	900	90
90	4	6
10		
80000 Minuendus	34904 Subtrahendus	45096 Rest.

Beispiele für die 7te Regel.

Z. B. von 125
125 abgezogen,
bleibt ,,, zum Reste. Hier wurden die Restabgänge, weil ganz gleiche Zahlzeichen von einander zu subtrahiren vorkamen, mit Seitenstrichen angezeigt. Diese Art zu subtrahiren kommt nur unten im Vten Abschnitte beim Dividiren vor.

Ferner von $\dot{3}\dot{5}2$
263 abgezogen,
bleiben ,89 zum Reste. Hier wurde, weil bei dem letzten Zahlzeichen in dem Minuendus links kein Rest bleibt, dieser Restabgang auch nur mit einem Seitenstrich angezeigt.

Desgleichen von $\dot{1}008$
80 abgezogen,
bleiben ,928 zum Reste;

und von $\dot{1}0000$
10 abgezogen,
bleiben ,9990 zum Reste.

Weil im letzten Beispiele erst für das zweite Null im Minuendus ein 1 zu entlehnen war, so galt dieses 10, und jedes der folgenden Nullen dann 9.

§. 27.

Besondere Subtractions-Vortheile zum Behufe des geschwinden Subtrahirens.

Die besondern Subtractions-Vortheile betreffen nur das möglichst geschwindeste Abzählen einer Zahl von der andern. Nämlich oben §. 25. wurde unter andern bemerkt, daß die Differenz oder der Rest zweier Zahlen gefunden wird, wenn man im Sinne von der kleinern Zahl zur größern hinaufzählt. So viel Eins man da mehr zählt, um so viel ist diese größer, d. h. dies ist die Differenz, oder der Rest. Dies Hinaufzählen geht aber nur geschwind, wenn die kleinere Zahl nicht gar viel geringer, als die größere ist. Da, wo also

1) eine ganz kleine Zahl — 1, 2 oder 3 ꝛc. von einer viel größern Zahl abzuziehen ist, zählt man die größere Zahl im Sinne leichter und geschwinder abwärts oder zurück. Z. B. 10 weniger 1 ist 9 — oder 10 weniger 2 ist 8 — 10 weniger 3 ist 7 — so auch 9 weniger 1 ist 8, oder 9 weniger 2 ist 7, dann 9 weniger 3 ist 6.

2) Noch geschwinder geht das Subtrahiren, wenn man sich angewöhnt, statt des Hinauf- Abwärts- oder Rückwärtszählen immer eine Zahl im Sinne zur kleinern Zahl zu addiren, welche die größere giebt. Die dann so hiezu addirte Zahl ist die richtige Differenz oder der richtige Rest. Z. B. wenn man 3 von 8 zu subtrahiren hat, so setzt man im Sinne zu 3 ein 5. Dies giebt 8, also ist 5 die Differenz oder der Rest. Desgleichen wenn man 4 von 11 zu subtrahiren hat, so setzt man zu 4 ein 7. Dies giebt 11, also ist 7 die Differenz oder der Rest.

3) Am geschwindesten wird subtrahirt, wenn die größere Zahl gerade noch einmal so groß, als die kleinere ist, welches durch Hülfe der Rechentafel oder des sogenannten Einmal-Eins nach §. 20. leicht erkennt wird. Hier ist immer die kleinere Zahl selbst die Differenz oder der Rest. Z. B. 3 von 6 bleiben 3; denn 2 mal 3 ist 6. — 4 von 8 bleiben 4; denn 2 mal mal 4 ist 8. — 5 von 10 bleiben 5; denn 2 mal 5 ist 10. — 8 von 16 bleiben 8; denn 2 mal 8 ist 16. — 9 von 18 bleiben 9; denn 2 mal 9 ist 18.

4) Wenn die größere Zahl auch etwas um die Hälfte mehr, oder weniger größer, als die kleinere ist, so kann doch durch Hülfe der Rechentafel, oder des sogenannten Einmal-Eins mit Hinzu- oder Abzählen geschwind subtrahirt werden. Z. B. 4 von 9 bleiben 5. Da 2 mal 4 acht ist, so darf man nur 1 zu 4 hinzuzählen, und man bekömmt die Differenz 5, oder, da 4 von 8 bleiben 4, so muß 4 von 9 abgezogen bleiben 5. Ferner

6 von 11 bleiben 5; da 6 von 12 bleiben 6, so darf man hier 1 von 6 abzählen, und man bekömmt die Differenz 5; oder da 6 von 12 bleiben 6, so muß 6 von 11 abgezogen bleiben nur 5.

7 von 16 bleiben 9. Da 7 von 14 bleiben 7, so darf man hier nur 2 zu 7 hinzuzählen, und man bekömmt die Differenz 9.

9 von 16 bleiben 7. Da 9 von 18 bleiben 9, so darf man nur 2 von 9 abzählen, und man bekömmt die Differenz 7.

Beispiele ad 1.

Von 19987
9321 abgezogen,
bleiben 10666 zum Reste. Hier sagt man: 7 weniger 1 ist 6, 8 weniger 2 ist 6, 9 weniger 3 ist 6, 9 von 9 bleibt 0, 1 bleibt 1.

Beispiele ad 2.

Von 12010
ab 4243
bleiben 7767 Rest. Hier kann man sagen: 7 und 3 giebt 10, also ist 7 der Rest. 4 und 6 ist 10, also ist 6 Rest. 7 und 2 ist 9, also ist 7 Rest. 7 und 4 ist 11, also ist 7 Rest. 1 ist entlehnt, bleibt Nichts.

Beispiel ad 3.

Von 6552
ab 3276
bleiben 3276 Rest. Hier sagt man: 2 mal 6 ist 12, 2 mal 7 ist 14, 2 mal 2 ist 4, 2 mal 3 ist 6. Daher 6, 7, 2, 3, Rest.

Beispiel ad 4.

Von 15433
ab 8756
bleiben ,6677 Rest. Hier sagt man: 2 mal 6 ist 12, 1 mehr ist 13, also 7 Rest. 2 mal 5 ist 10, 2 mehr 12, also 7 Rest. 2 mal 7 ist 14, 1 weniger 13, also 6 Rest. 2 mal 8 ist 16, 2 weniger 14, also 6 Rest. 1 ist entlehnt, bleibt Nichts.

Beispiele zur Übung mit Ansatz.

Von	508,002	Von	7,052,000	Von	9,602,900	Von	91,406,031
ab	99,087	ab	4,321,904	ab	6,540,321	ab	40,398,024
Rest	408,915.	Rest	2,730,096.	Rest	2,462,579.	Rest	51,008,007.

Von	110,046,000,115	Von	10,000,111,100,034,600,001,116
ab	99,936,903,330	ab	9,090,010,193 035,590,990,126
Rest	,10,109,096,785.	Rest	,,,910,100,906,999,009,010,990.

Beispiele zur Übung ohne Ansatz.

Wenn ich von 137 abziehe 25, wie viel bleibt mir? Antwort 112.

Wenn man 220 und 220 von einander subtrahirt, wie viel bleibt? Antwort Nichts.

Wie viel bleibt übrig, wenn 36010 von 56410 abgezogen wird? 20400.

Welches ist der Rest, wenn 3516 von 5243 subtrahirt wird? 1727.

Um wie viel ist 6090 größer, als 3247? Antwort 2843.

Um wie viel ist 2303 kleiner, als 3411? Antwort 1108.

Ziehe ab 208 von 310, und es bleiben 102.

Ziehe ab 34904 von 80000, du bekömmst 45096.

Ziehe ab 1008 und 80 von einander, du hast 928.

Ziehe ab 10000 und 10 von einander, du hast 9990.

Ziehe ab 99087 von 508002, du bekommst 408915.

Wie viel muß man zu 3941 addiren, wenn die Summe 5023 herauskommen soll? oder, welches das nämliche ist, wie viel bleibt übrig, wenn ich 3941 von 5023 abziehe? Antwort 1082.

§. 28.

Probe über die Subtraction und Addition, und zwar

a) über die Subtraction.

Die beste Probe über die Subtraction ist die Addition, und geschieht also: der Rest und der Subtrahendus werden so, wie sie unter einander stehen, addirt. Kommt dann der Minuendus zur Summe heraus, und dieser muß herauskommen, weil man da ganz wieder hergiebt, was man genommen hat, so ist recht subtrahirt worden, z. B.

Von	6437		Von	100000	
ab	3123	addirt,	ab	10944	addirt,
bleiben	3314		bleiben	89056	
geben	6437 den Minuendus.		geben	100000 den Minuendus.	

Probe b) über die Addition.

Oben §. 24. hieß es: die beste und sicherste Probe über die Addition sei die Subtraction, und wirklich: denn da diese rückwärts von linker zur rechten Hand also zu geschehen hat, daß eine Reihe Zahlen nach der andern aufwärts wieder addirt werde, und die jedesmalige Summe von der Hauptsumme subtrahirt zuletzt keinen Rest geben dürfe, so wird auf diese Art nach und nach nur gerade wieder so viel genommen, als man anfangs zusammengenommen oder addirt hatte. Kurz, es wird Gleiches von Gleichem genommen, welches die zuletzt von einander abzuziehenden gleichen Zahlzeichen oder Nullen offenbar beweisen, z. B.

Zusammen addirt 3040
4000
8090
geben 15130 zur Summe.

Bei der Probe hierüber 3040 sagt man links anfangend: 3, 4 und
4000 8 sind 15, 15 von 15 bleibt Nichts.
8090 Dann 0 von 1 bleibt 1, welches im
15130 Sinne zur nächsten Subtraction behal-
15130 ten wird. Dann 9 und 4 sind 13, 13
''''' von 13 bleibt Nichts, und 0 von 0 auch Nichts.

Zusammen addirt 456
324
geben 780 zur Summe.

Bei der Probe hierüber 456 heißt es, wieder links anfangend: 4 und 3 sind
324 7, 7 von 7 bleibt Nichts. Dann 5 und 2 sind 7,
780 7 von 8 bleibt 1, welches im Sinne zur nächsten
''' Subtraction behalten wird. Dann 6 und 4 sind 10, 10 von 10 bleibt Nichts.

Anmerkung 1. Wenn man den Subtrahendus und Rest von einem Subtractions-Exempel nur weiß, so lehrt die Probe über die Subtraction, daß man den Minuendus erfinden könne, wenn man den Rest und Subtrahendus zusammen addirt, z. B.

---- fehlt Minuendus
zusammen addirt (3123 Subtrahendus
3314 Rest
geben 6437 zum Minuendus.

Anmerkung 2. Weiß man nur den Minuendus und Rest von einem Subtractions-Exempel, so kann man auch den Subtrahendus erfinden, wenn man den Rest von dem Minuendus subtrahirt, weil dadurch die ganze abzuziehende Zahl oder der Subtrahendus heraus kommen muß, z. B.

von einander subtrahirt {6437 Minuendus
---- Subtrahendus unbekannt
3314 Rest
geben 3123 zum Subtrahendus.

IV. Abschnitt.

Die Multiplication, oder das Multipliciren in ungenannten ganzen Zahlen.

§. 29.

Multipliciren heißt aus nur zwei gegebenen Zahlen eine dritte neue Zahl finden, welche anzeigt, daß die eine so vielmal, oder so oft genommen (verdoppelt, vervielfältigt, vermehrt, zu sich selbst gesetzt oder addirt) worden sei, als die andere bestimmte. Demnach ist die Multiplication nichts anders, als die gleich große vielmalige Vermehrung oder Vergrößerung einer Zahl nach der Bestimmung einer andern.

Die zwei gegebenen Zahlen heißt man kurz: Factoren, und die dritte neue daraus gefundene Zahl Factum oder Produkt. Insbesondere aber wird der eine Factor oder die eine Zahl Multiplicandus genannt, welche vielmal zu nehmen ist, und der andere Factor, oder die andere Zahl, welche bestimmt, wie vielmal, oder wie oft jene zu nehmen sei, heißt Multiplicator.

Factum oder Produkt ist also diejenige Zahl, welche das Wievielfache von einer Zahl nach der Bestimmung einer andern, oder das wie vielmal mehr, oder wie vielmal so viel anzeigt (enthält); daher die Sprache: einfaches, einmal so viel (simplum) wenn der Multiplicator 1 — zweifaches zweimal so viel (duplum) wenn der Multiplicator 2 — dreifaches dreimal so viel (triplum) wenn der Multiplicator 3 ist.

Das Factum oder Produkt ist zweien mit einander multiplicirten Zahlen oder Factoren gleich, d. h. es ist so groß, als zwei oder mehrere zusammengefaßte (addirte) gleiche Zahlen, denn, wenn ich nach §. 18. litt. a, Nro. 2. z. B. 4 mit 2, oder 2 mit 4 multiplicire, so ist es eben so viel, als ich setze 4 zweimal, oder 2 viermal unter einander also an: $\begin{matrix}4\\4\end{matrix}$ oder $\begin{matrix}2\\2\\2\\2\end{matrix}$ und addire solche zusammen $\begin{matrix}4\\\underline{4}\\8\end{matrix}$ addirt, giebt 8; $\begin{matrix}2\\2\\2\\\underline{2}\\8\end{matrix}$ addirt, giebt auch 8.

Die Multiplication ist demnach eine wiederholte Addition gleicher Zahlen zu nennen, oder: sie ist nichts anders, als eine dergleichen Addition in abgekürzter Art. Weil es nämlich viel zu mühsam, und langsam ist, eine und die nämliche Zahl vielmal so zu setzen, und hernach zu addiren, so hat man das Multipliciren, (das auf einmal Zusammennehmen) und zur Erleichterung und Beschleunigung desselben, vorzüglich die allgemeine Rechentafel, oder das sogenannte Einmal=Eins anmit erfunden, welches auf vorstehendes Beispiel angewandt kurz sagt: 2 mal 4 ist 8.

Zum Multipliciren werden zwei Zahlen erfordert, welche sogar nach §. 17. verschieden seyn können. Auch kann man von beiden Zahlen jene zum Multiplicator wählen, welche man will; denn z. B. 2 mal 3 ist 6, und 3 mal 2 ist auch 6. Doch, da man das sogenannte Einmal=Eins geläufiger vor= als rückwärts lernt, so nimmt man gern die größere Zahl zum Multiplicandus, und die kleinere zum Multiplicator.

Zum Multipliciren mit zwei einfachen Zahlen, d. h. das Factum oder Produkt derselben zu finden, braucht man keine besondere Regeln; denn hiezu genügt schon die geläufige Kenntniß des Einmal=Eins. Z. B. ich habe 9 mit 6 zu multipliciren, so weiß ich aus dem Einmal=Eins: 6 mal 9 ist 54. Ist aber eine einfache Zahl mit einer mehrfachen Zahl, oder sind zwei mehrfache Zahlen mit einander zu multipliciren, so wird besonders noch erfordert, daß die Gleichvielnehmung oder Vervielfältigung nach dem Einmal=Eins auch gleichartig nach der steigenden Größe und Bedeutung der Zahlen jedesmal geschehe, welches folgende Regeln für gesönderte beide Fälle lehren.

§. 30.

Regeln der Multiplication,

wenn der eine Factor aus einer einfachen, und der andere aus einer mehrfachen Zahl besteht.

1) Wird die mehrfache Zahl zum Multiplicandus angesetzt, dann gerade darunter in der Stelle der Einer des Multiplicandus die einfache Zahl zum Multiplicator angeschrieben, und hernach eine Querlinie gezogen,

2) Werden zuerst die Einer des Multiplicandus, dann Zehner, Hunderte ꝛc. wenn einige derselben folgen, alle einzeln nach der Ordnung, worin sie gegen die linke Hand stehen, durch den einfachen Multiplicator mit dem Worte Mal nach dem Einmal-Eins multiplicirt.

3) Das Produkt aus den Einern wird gleich unter die Querlinie gerade unter die Einer, so auch das Produkt aus den Zehnern, Hunderten ꝛc. gerade unter die Zehner, Hunderte ꝛc. herabgesetzt; und wenn in dem Multiplicandus hin und wieder Zahlzeichen vorkommen, welche weniger, als der Multiplicator bedeuten, so gehört eine geläufige Kenntniß des Einmal-Eins rückwärts gesetzt dazu, damit man gleich mit dem Worte Mal das Produkt jedesmal sagen kann, oder man macht im Sinne nach §. 29. das Zahlzeichen im Multiplicandus zum Multiplicator, und den Multiplicator zum Multiplicandus. Daß 1 nichts multiplicirt, oder vervielfältigt, ist ohnehin aus dem Einmal-Eins bekannt; wenn also solches als Multiplicandus vorkömmt, so wird gerade unter dessen Stelle der Multiplicator zum Produkt herabgesetzt, so wie auch der ganze Mutiplicandus zum Produkt herabzusetzen oder unverändert zu lassen ist, wenn 1 zum Multiplicator genommen wird.

4) Macht das Produkt, aus den Einern, oder Zehnern, oder Hunderten eine mehrfache Zahl aus, so wird diese nicht gleich zum Produkt ganz herabgeschrieben, sondern nach obiger dritter Additionsregel verfahren.

5) Hat der Multiplicandus Nullen dazwischen, so wird unter jedes 0 gerade herab ein 0 als Produkt geschrieben, weil ein 0 noch so vielmal genommen 0 bleibt; wenn aber von dem vorhergehenden Produkte ein eigentliches Zahlzeichen übrig ist, so wird solches nach der obigen vierten Additionsregel für das 0 zum Produkte herabgeschrieben.

6) Hat der Multiplicandus zur Rechten in der Stelle der Einer, auch Zehner, Hunderte ꝛc. Nullen, so wird der Multiplicator nicht unter eins der Nullen, sondern unter das gegen die linke Hand zunächst folgende eigentliche Zahlzeichen angesetzt; die Nullen aber werden nach vollendeter Multiplication zum

Produkte unter der Querlinie gerade in ihrer Stelle herabgesetzt. Die Anwendung dieser Regeln lerne man aus folgenden Beispielen.

Beispiele
für die erste, zweite und dritte Regel.

Wenn man 324 und 2 mit einander zu multipliciren hat, so wird zuerst die mehrfache Zahl 324 zum Multiplicandus, dann die einfache Zahl 2 zum Multiplicator gerade unter 4 als die Einer des Multiplicandus also angesetzt: $\begin{array}{r}324\\ 2\\ \hline\end{array}$ und nach gemachten Querstrich gesprochen, bei den Einern anfangend: 2 mal 4 ist 8. Dies 8 als Produkt gerade unter die Einer herabgeschrieben, giebt $\begin{array}{r}324\\ 2.\\ \hline 8\end{array}$ Dann bei den Zehnern: 2 mal 2 ist 4. Dies 4 als Produkt gerade unter die Zehner herabgeschrieben, giebt $\begin{array}{r}324\\ 2.\\ \hline 48\end{array}$ Endlich bei den Hunderten: 2 mal 3 ist 6. Dies 6 als Produkt gerade unter die Hunderte herabgeschrieben, giebt $\begin{array}{r}324\\ 2\\ \hline 648\end{array}$ zum ganzen Produkte, welches 324 — 2 mal enthält. —

Hat man 3 mit 2321 zu multipliciren, so wird nach, auf erst gezeigte Art, gemachten Ansatze und Querstriche $\begin{array}{r}2321\\ 3\\ \hline 6963\end{array}$ bei den Einern gesprochen: 1 mal 3 ist 3; weil 1 nichts multiplicirt, so wird der Multiplicator 3 zum Produkt herabgeschrieben. Dann bei den Zehnern: 2 mal 3 ist 6. Ferner bei den Hunderten: 3 mal 3 ist 9. Endlich bei den Tausenden: 2 mal 3 ist 6. Diese einzelne Produkte gehörig herabgesetzt, geben zum ganzen Produkte 6963, welches 2321 dreimal enthält.

Soll 5192 mit 1 multiplicirt werden, so sagt man, weil 1 nichts multiplicirt, es ist schon multiplicirt oder schreibt den ganzen Multiplicandus zum Produkte also herab. $\begin{array}{r}5192\\ 1\\ \hline 5192\end{array}$

Beispiele
für die vierte Regel.

Man hat z. B. 4 mit 3456 zu multipliciren, so geben diese beiden Zahlen mit einander multiplicirt

3456
4
13824 zum ganzen Produkte. Weil hier das Produkt der Einer 24 eine mehrfache Zahl beträgt, so wird nur 4 herabgeschrieben, und 2 im Sinne zum Einzählen dem folgenden Produkte der Zehner behalten, nämlich sprechend: 4 mal 5 ist 20, 2 vom vorigen hinzu giebt 22, nun 2 herab; dann 4 mal 4 ist 16, 2 geblieben dazu giebt 18, 8 herab; dann 3 mal 4 ist 12, 1 geblieben hiezu giebt 13. Da nichts mehr zu multipliciren ist, so wird 13 ganz herabgeschrieben. Also entstand das ganze Produkt 13824, welches 3456 viermal enthält.

Ferner 11314
mit 5 multiplicirt,
giebt 56570 zum Produkte. Weil hier das Produkt der Einer 20 beträgt, so wird nur 0 herabgeschrieben. Das Produkt der Zehner ist 5 und mit dem gebliebenen 2 ist 7 herabzuschreiben. Das Produkt der Hunderte ist 15, wovon, weil nichts zum Einzählen geblieben ist, 5 herabgeschrieben 1 bleibt. Das Produkt der Tausende ist 5 und mit dem gebliebenen 1 ist 6 herabzuschreiben. Das Produkt der 10 Tausende bleibt 5, weil nichts zum Einzählen geblieben ist.

Beispiele
für die fünfte Regel.

4002
mit 2 multiplicirt,
giebt 8004 zum Produkte. Hier erhielt das Produkt in der Stelle der Zehner und Hunderte ein 0, weil 2 mal 0 ist und bleibt ein 0.

Ferner 101201
mit 8 multiplicirt,
giebt 809608 zum Produkte. Hier erhielt das Produkt in der Stelle der Zehner und 10 Tausend ein 0, weil 8 mal 0 Null ist und bleibt.

Aber 7098
mit 6 multiplicirt,
giebt 42588 zum Produkte. Weil hier von dem Produkte der Zehner 5 übrig geblieben ist, so wird solches in der Stelle des folgenden 0 zum Produkte für das 0 herabgeschrieben.

Und 50071
mit 7 multiplicirt,
giebt 350497 zum Produkte. Weil auch hier von dem Produkte der Zehner 4 übrig geblieben ist, so wird solches für 0 in der Stelle der Hunderte zum Produkte herabgeschrieben, und das 0 in der Stelle der Tausende, wofür nichts übrig geblieben, kommt gerade zum Produkte herabgeschrieben zu stehen, denn 7 mal 0 ist und bleibt 0.

Beispiele
für die sechste Regel.

Wenn man z. B. 42300
mit 9 multiplicirt, so kommt mit den an ihrer Stelle herabgesetzten Nullen zum Produkte 380700 heraus.

Also auch 8,011,000
mit 7 multiplicirt,
giebt 56,077,000 zum Produkte. Weil der Multiplicandus in der Stelle der Einer, Zehner und Hunderte Nullen hat, so kommt auch hier der Multiplicator 7 erst unter 1 des Multiplicandus zu stehen.

Endlich 3450
mit 3 multiplicirt,
giebt 10350 zum Produkte. Weil hier der Multiplicandus in der Stelle der Einer nur ein 0 hat, so wird gleich der Multiplicator 3 unter 5 des Multiplicandus gesetzt.

§. 31.

Regeln der Multiplication, wenn die beiden Factoren aus mehrfachen Zahlen bestehen.

1) Wenn der eine Factor aus eben so vielen gleichen oder ungleichen Zahlzeichen, als der andere, besteht, so werden beide, wie man will, nur gerade unter einander gesetzt, so, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte ꝛc. zu stehen kommen. Bestehet aber der eine Factor aus mehreren Zahlzeichen, als der andere, so wird jener zum Multiplicandus, dieser zum Multiplicator angesetzt, dann eine Querlinie gezogen.

2) Nach gemachter Querlinie multiplicirt man erstlich mit den Einern des Multiplicators die Einer, Zehner, Hunderte ꝛc. des Multiplicandus nach §. 30, dann eben so mit den Zehnern, Hunderten ꝛc. des Multiplicators, die Einer, Zehner, Hunderte ꝛc. des Multiplicandus, wenn beiderseits letztere oder noch höhere Zahlen gegeben sind. Man hat also hier sich so viele Multiplicatores zu denken, als der Multiplicator Zahlen hat, weil zuerst die Einer, dann die Zehner, Hunderte ꝛc. desselben den ganzen Multiplicandus durchzumultipliciren haben. Daher bekömmt man auch so viele besondere Produkte, welche gesöndert von rechter zur linken Hand also unter einander anzuschreiben sind, daß

a) das Produkt durch die Einer des Multiplicators gerade unter dieselbe anfangend angesetzt wird, —

b) das Produkt durch die Zehner des Multiplicators etwas eingerückt gerade unter dieselbe herab anfangend zu stehen kommt, —

c) das Produkt durch die Hunderte des Multiplicators weiter hereingerückt gerade unter diese herab anfangend gestellt wird u. s. w.

Zuletzt wird noch eine Querlinie darunter gezogen, worauf die einzelnen Produkte nach obigen Additionsregeln zusammengezählt in ein Hauptprodukt gebracht werden, welches unter die zweite Querlinie gerade herabgesetzt die Multiplication vollendet.

3) Hat der Multiplicator zur rechten oder linken Hand oder in der zwischen 1 stehen, so wird nach dritter Multiplicationsregel §. 30. beim Multipliciren so oft der ganze Multiplicandus als Produkt herabgeschrieben, als man mit 1 zu multipliciren hat, weil 1 nichts multiplicirt.

4) Kommen in der zwischen oder zur Rechten des Multiplicandus am Ende Nullen vor, so wird beim Multipliciren und Ansatze eben das beobachtet, was die fünfte und sechste Multiplicationsregel §. 30. lehrt.

5) Haben aber beide, der Multiplicandus und Multiplicator, entweder in der zwischen oder zur Rechten am Ende Nullen, so ist zu bemerken:

a) Wenn Nullen von beiden in der zwischen stehen, so wird von rechter Hand anfangend mit den ersten Zahlzeichen, als Einern, Hunderten ꝛc. des Multiplicators nach der fünften Multiplicationsregel §. 30. multiplicirt. Kommt die Reihe zu multipliciren an die Nullen im Multiplicator, so werden solche, weil sie nichts multipliciren, übergangen, dagegen fährt das nächstfolgende Zahlzeichen des Multiplicators fort, nach obiger zweiter Multiplicationsregel dieses §es weiter zu multipliciren.

b) Stehen die Nullen von beiden zur Rechten in der Stelle der Einer, auch Zehner und Hunderte ꝛc. nach einander, so werden so viele Nullen zum Produkte herabgeschrieben, als in beiden stehen, und damit diese gehörig herabgeschrieben werden, so werden gleich beim Ansatze die Nullen des Multiplicators nach Theilungszeichen (- -) über die Nullen des Multiplicandus in gerader Linie hinausgerückt.

6) Hat nur der Multiplicator Nullen in der zwischen, oder zur Rechten anfangs, und nicht der Multiplicandus, so werden im ersten Falle die Nullen, weil sie nichts multipliciren, übergangen, und nur das nächstfolgende Zahlzeichen des Multiplicators multiplicirt weiter. Im zweiten Falle aber werden die Nullen des Multiplicators gleich beim Ansatze rechts in gerade Linie fortlaufend hinausgesetzt, so, daß die Zahlzeichen des Multiplicandus und Multiplicators gerade unter einander zu stehen kommen, und zuletzt werden solche erst zum Produkte herabgeschrieben. Daher hat man eine Zahl mit 10, 100, 1,000, 10,000 rc. zu multipliciren, so darf man nur zu derselben die Nullen setzen, und man hat schon multiplicirt, weil 1 nichts multiplicirt.

Beispiele für die erste und zweite Regel.

Wenn ich 32 und 43 mit einander zu multipliciren habe, so kann ich 32 oder 43 zum Multiplicator ansetzen, weil man aber des bequemen Multiplicirens wegen gern die kleinere Zahl zum Multiplicator nimmt, so setze ich hier also an:

```
  43
  32
----
  86
 129
----
1376
```

und multiplicire erstens mit den Einern des Multiplicators den ganzen Multiplicandus durchsprechend: 2 mal 3 ist 6, 2 mal 4 ist 8, und setze die einzelnen Produkte regelmäßig herab, dann multiplicire ich mit den Zehnern des Multiplicators den ganzen Multiplicandus durch, sprechend: 3 mal 3 ist 9, 3 mal 4 ist 12, und setze hier die einzelnen Produkte gerade unter 3 des Multiplicators anfangend von rechter zur linken Hand an. Nun mache ich einen Querstrich, addire die 2 Produkte zusammen, und ich bekomme das Hauptprodukt 1376.

Wenn ich 234 mit 234 zu multipliciren habe, so kommt hier wegen zweier ganz gleichen Zahlen gleicher Multiplicandus und gleicher Multiplicator zum Ansatze, nämlich:

```
  234
  234
  ---
  936
 702
468
-----
54756
```

Diese nach erst gezeigter Art mit einander multiplicirt, geben 54756 zum Produkte.

Wenn 25 und 321 mit einander zu multipliciren sind, so setzt man 321, welche mehrere Zahlzeichen hat, zum Multiplicandus, und 25 zum Multiplicator also an:

```
      321
       25   Diese auch nach gezeigter Art mit einander multiplicirt,
     ----
     1605
     642
     ----
geben 8025 zum Produkte.
```

Sind 232 und 3243 mit einander zu multipliciren, so wird aus gleichen Grunde 3243 zum Multiplicandus und 232 zum Multiplicator angesetzt:

```
nämlich 3243
   mit   232 multiplicirt,
        ----
        6486
       9729
      6486
     ------
geben 752376 zum Produkte.
```

Weil hier im Multiplicator das 2 doppelt zum multipliciren vorkommt, so durfte nur zum geschwinden Verfahren das erste Produkt noch einmal unter dem 2 in der Stelle der Zehner anfangend von rechter zur linken Hand hinausgesetzt werden.

Beispiele für die dritte Regel.

```
       324                         312
mit     31 multiplicirt,    mit     13 multiplicirt,
      ----                         ----
       324                          936
      972                          312
     -----                        -----
geben 10044 zum Produkte.    geben 4056 zum Produkte.
```

```
       445
mit     11 multiplicirt,
      ----
       445
      445
     -----
geben 4895 zum Produkte.
```

Zum geschwinden Verfahren ist der Multiplicandus im ersten Beispiele einmal in der Stelle der Einer — und im zweiten Beispiele in der Stelle der Zehner — und im dritten Beispiele zweimal, erstens in der Stelle der Einer, dann in der Stelle der Zehner des Multiplicators regelmäßig nur ganz zum Produkte herabzuschreiben, weil 1 nichts multiplicirt.

Also auch 51729
mit 13121 multiplicirt,

51729
103458
51729
155187
51729

geben 678736209 zum Produkte.

Hier ist wegen des Nichtsmultiplicirenden 1 in der Stelle der Einer, Hunderte und Zehntausende nur gleich der ganze Multiplicandus als Produkt herabzuschreiben.

Beispiele für die vierte Regel.

45026
mit 568 multiplicirt,

360208
270156
225130

geben 25574768 zum Produkte.

205040
mit 532 multiplicirt,

410080
61512
102520

geben 109081280 zum Produkte.

Weil hier im letzten Beispiele der Multiplicandus ein 0 Rechts anfangend hat, so mußte der Multiplicator um dasselbe beim Ansatze hineingerückt werden, und die im ersten und letzten Beispiele dazwischen stehenden Nullen mußten regelmäßig bald zum Produkte herabgesetzt, bald die aus der vorhergegangenen Multiplication entstandenen mehrfachen Zahlen dafür ganz herabgesetzt werden.

Beispiele für die fünfte Regel.

20046
mit 10305 multiplicirt,

100230
60138
20046

geben 206574030 zum Produkte.

Weil hier der Multiplicator in der Stelle der Zehner und Tausende ein 0 hat, so ist es so viel, als an diesen Stellen sei Nichts zu multipliciren, daher wird gleich um eine Stelle weiter gerückt, und auch bei dieser das neue Produkt anzuschreiben angefangen.

Wenn ich 80600 mit 23000 zu multipliciren habe, so setze ich also an:

```
        80600
mit  23--000 multiplicirt,
    241800000
    1612
geben 1853800000
```

Weil hier 23000 mehr Nullen als 80600 am Ende hat, und wegen den hinauszurückenden 3 Nullen weniger Zahlzeichen zum Multipliciren giebt, so ist es zum Multiplicator bequemer zu nehmen.

Wenn 23000 zum Multiplicandus und 80600 zum Multiplicator genommen würde, so wäre beim Hinausrücken der 2 Nullen des Multiplicators mit den Theilungszeichen (--) der Ansatz also:

```
    23000
  806---00
  13800000
 184
1853800000 Produkt.
```

Hier wäre zu sprechen in der Stelle der Hunderte des Multiplicators: 3 mal 6 ist 18, 2 mal 6 ist 12, 1 geblieben hiezu ist 13. Dann in der Stelle der Zehntausende des Multiplicators: 3 mal 8 ist 24, 2 mal 8 ist 16, 2 geblieben hiezu ist 18.

Erstere Art zu multipliciren ist deswegen bequemer, weil man, wenn sie einmal gewöhnt ist, leichter und sichrer damit verfährt.

Beispiele für die sechste Regel.

```
       2367
mit     704 multiplicirt,
       9468
     16569
geben 1666368 zum Produkte.
```

Weil hier das dazwischen stehende Null in dem Multiplicator nichts multiplicirt, so wurde es übergangen, und dafür gleich 7 zum weitern Multipliciren genommen.

```
       4235
mit    6700 multiplicirt,
    2964500
    25410
geben 28374500 zum Produkte.
```

Hier ist zwar auch 6700 eine größere Zahl, als 4235; aber wegen den hinauszurückenden 2 Nullen giebt sie wenigere Zahlzeichen zum Multipliciren, ist daher auch bequemer zum Multiplicator zu nehmen.

34567 mit 10, 100 oder 1000 ꝛc. multiplicirt, giebt zum Produkte

345670, 3456700 oder 34567000 ꝛc.

Blos der Zusatz der Nullen hat hier die Multiplication geschwind vollendet. Nach Beobachtung der gehörigen Regeln, wo das nämliche Produkt heraus käme, gienge es langsamer.

§. 32.

Besondere Multiplications-Vortheile, zum Behufe des geschwinden Multiplicirens.

Die Hauptvortheile zum geschwinden Verfahren beim Multipliciren sind bereits schon mit den Multiplicationsregeln gegeben. Hier nur noch einige besondere Vortheile zu gleichem Behufe, welche größtentheils aus jenen entspringen, oder darnach erklärt werden können, aber nicht sonderlich erheblich sind, weil, wenn man gut geübt nach den allgemeinen Multiplicationsregeln verfährt, nicht nur gleich geschwind, sondern auch sichrer vor Fehlern multiplicirt.

A.

Wenn der Multiplicator aus einem Zahlzeichen und der Multiplicandus aus zwei Zahlzeichen besteht, so kann man ohne geläufiges Wissen des großen Einmal-Eins in folgenden Fällen also geschwind verfahren:

1) Besteht der Multiplicandus nur aus einem 10 mit einem der 9 Zahlzeichen, so multiplicirt man mit dem einfachen Multiplicator erstens 10, dann die Einer, zuletzt setzt (addirt) man zu dem Produkte der 10 das Produkt der Einer. Z. B.

Bei 11 mal 2 oder 2 mal 11 sagt man: 2 mal 10 ist 20, 1 mal 2 dazu giebt 22.

Bei 3 mal 12 sagt man: 3 mal 10 ist 30, 2 mal 3 oder 6 dazu ist 36.

Bei 4 mal 16 sagt man: 4 mal 10 ist 40, 4 mal 6 oder 24 dazu giebt 64.

2) Besteht der Multiplicandus aus Zehnern, als 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 ohne einen der 9 Zahlzeichen, so darf man nur mit dem einfachen Multiplicator das Zahlzeichen des Multiplicators multipliciren, und zu dem Produkte das Null setzen, z. B.

Bei 2 mal 20 sagt man: 2 mal 2 ist 4, 0 dazu 40.
= 3 = 30 = = = 3 = 3 = 9, 0 = 90.
= 4 = 40 = = = 4 = 4 = 16, 0 = 160 rc.

3) Hat der aus Zehnern bestehende Multiplicandus eines der 9 Zahlzeichen zur Rechten, so multiplicirt man auch zuerst jene gleichsam ohne Zahlzeichen mit Zusetzung das Null, dann diese mit dem einfachen Multiplicator, hernach addirt man die beiderseitigen Produkte, z. B.

Bei 2 mal 22 sagt man: 2 mal 20 ist 40 mit zugesetzten 0, dann 2 mal 2 ist 4, zu 40 gesetzt 4 giebt 44.
Bei 3 mal 24 sagt man: 2 mal 3 ist 60 mit zugesetzten 0, dann 3 mal 4 ist 12, zu 60 gesetzt 12 giebt 72.
Bei 4 mal 35 sagt man: 3 mal 4 ist 120 mit 0, dann 4 mal 5 ist 20, zu 120 gesetzt 20 giebt 140 rc.

B.

Wenn der Multiplicator aus 2, und der Multiplicadus auch aus 2 oder mehreren Zahlzeichen besteht, so kann man in folgenden und dergleichen Fällen geschwind also multipliciren:

1) Ist der Multiplicator 11, und besteht der Multiplicandus nur aus zwei Zahlzeichen, welche zusammengezählt keine mehrfache Zahl zur Summe geben, so darf man nur die Summe dieser beiden Zahlzeichen zwischen denselben setzen, so ist multiplicirt; z. B.

bei 12 zu multipliciren
mit 11 sagt man: 2 und 1 sind 3. Dieß 3 zwischen 1 und 2 gesetzt, giebt 132.

2) Ist der Multiplicator 11 und bestehet der Multiplicandus aus 2 und mehreren Zahlzeichen, welche zusammenaddirt eine mehrfache Zahl zur Summe geben, so setzt man nur den Multiplicandus doppelt um eine Zahl zur linken hineingerückt an, und addirt, so ist die Summe das Produkt; z. B.

bei 38 zu multipliciren | 38
mit 11 setzt man nur | 38 } addirt solche,
und man bekömmt 418 zum Produkte.

bei 8365 zu multipliciren | 8365
mit 11 setzt man | 8365 } addirt,
kommen 92015 zum Produkte heraus.

Eben so macht man es auch, wenn der Multiplicator 110 ist. Man hängt nur zuletzt dem auf diese Art erhaltenen Produkte ein 0 an; als:

bei 8365 zu multipliciren | 8365
mit 110 setzt man | 8365 } solche addirt,
geben 92015, das 0 endlich beigesetzt giebt 920150 zum Produkte.

3) Ist der Multiplicator nicht 11, sondern eine andere nur aus zwei Zahlzeichen bestehende Zahl, so kann man diesen in seine Zehn oder Zehner und Einer, welche er enthält, auflößen, und den gegebenen Multiplicandus, welcher auch aus zwei oder mehreren Zahlzeichen bestehen kann, mit einer jeden dieser aufgelößten Zahlen insbesondere multipliciren. Die Summe dieser einzelnen Produkte giebt hernach das ganze Produkt; z. B.

Statt, daß ich 25 multiplicire
mit 15 löße ich 15 in 10 und 5 auf, 25 mit 10 multiplicirt, giebt 250
Ferner 25 = 5 = = = = = = = 125
addirt, kommen zum Produkte heraus 375.

Statt, daß ich 154 multiplicire
mit 27 löße ich 27 in 20 und 7 auf, 154 mit 20 multiplicirt, giebt 3080
dann 154 = 7 = = = = = = = 1078
addirt, kommen zum Produkte heraus 4158.

Endlich, statt, daß ich 243 multiplicire
mit 35 löße ich 35 in 30 und 5 auf, 243 mit 30 multiplicirt, giebt 7290
dann 243 = 5 = = = = = 1215
addirt, kommen zum Produkte heraus 8505.

Beispiele zur Übung mit Ansatz.

47054	107422	595	506241	20200
8	65	111	3844	18 -- 000
376432	537110	595	2024964	161600000
	644532	595	2024964	302
	6982430	595	4049928	463600000
		66045	1518723	
			1945990404	

Beispiele zur Übung ohne Ansatz.

Wenn ich 3124 zweimal nehme, wie viel habe ich? Antw. 6248.

Wenn ich 3456 mit 4 multiplicire, wie viel bekomme ich: Antw. 13824.

70098 mit 6 multiplicirt, giebt 420588.

Wenn ich 12 und 23 mit einander multiplicire, was für eine Zahl kommt zum Factum oder Produkte heraus? Antw. 276.

324 mit 31 multiplicirt, giebt 10044.

2416 multiplicirt mit 403, giebt 973648.

20500 multiplicirt mit 100, giebt 2050000.

Wenn ich 1000 zehnmal habe, oder nehme, wie viel habe ich? Antw. 10000.

Wie viel macht 10000 mal 100000? Antw. 1000000000.

§. 33.

Probe über die Multiplication.

Aus obigem §. 24. angeführten Grunde ist die eigentliche Probe über die Multiplication auch diese: daß man ein schon multiplicirtes Beispiel noch einmal, und zwar mit Versetzung des vorigen Multiplicators zum Multiplicandus, und des vorigen Multiplicandus zum Multiplicator multiplicire. Kommt beim zweiten Multipliciren das nämliche Factum oder Produkt heraus, so ist recht multiplicirt worden. Da aber dies Multipliciren wegen des oft größern Multiplicators, als des Multiplicandus unbequem, und selbst unsicher ist, weil man bei diesem Multipliciren einen das erstemal gemachten Fehler auch leicht wieder begehen kann, so ist die sicherste Probe über die Multiplication die Division. Wie aber diese geschehe, soll in folgendem Abschnitte am Ende gezeigt werden.

V. Abschnitt.

Die Division,

oder

das Dividiren in ungenannten ganzen Zahlen.

§. 34.

Dividiren heißt aus nur zwei gegebenen Zahlen eine dritte neue Zahl finden, welche anzeigt, daß die eine von der andern ganz oder nach Verschiedenheit der Größe der zwei gegebenen Zahlen auch Theilweiß nur gerade so vielmal genommen, oder so vielmal vermindert, abgezählt, abgezogen, subtrahirt worden sei, als jene bestimmte, oder jene in dieser enthalten ist. Demnach ist die Division nichts anders, als die gleich vielmalige Verminderung, Verkleinerung einer Zahl nach der Bestimmung einer andern, oder die Auflößung einer Zahl in so viele gleich große ganze oder Bruchstheile, als die andere bestimmt.

Da auf diese Art eine Zahl in die andere gleichsam getheilt wird, so heißt die eine gegebene Zahl, welche theilt, oder zum Theilen gesetzt, bestimmt ist, kurz: Divisor, die andere, welche zu theilen ist:

Dividendus, und die dritte neue daraus gefundene Zahl Quotient (Quotus) Anzeiger des wievielsten Theils.

Quotient ist also diejenige Zahl, welche das wie vielmal weniger von einer Zahl nach der Bestimmung einer andern, oder wie viel jedesmal, oder wie oft darin oder den wievielsten gleich großen ganzen auch Bruchs-Theil anzeigt. Daher die Sprache 1, 2, 3, ganze Theile oder zweiter (auch Halbscheid) dritter rc. ganzer Theil; ferner $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$ rc. Bruchstheile, je nachdem der Divisor in dem Dividendus gleich vielmal ganz, und auch zum Theile enthalten ist. Wenn nach §. 18. litt. b. Nro. 2. z. B. 2 in 2 getheilt, dividirt wird, so ist 1 (ein ganzer Theil) der Quotient, d. h. 2 läßt sich von 2 nur 1 mal ganz abziehen, oder 2 ist in 2 nur ein ganzes Mal enthalten, weil 1 mal 2 ist 2. — So auch 2 in 4 dividirt, giebt den Quotienten 2 (zwei ganze Theile, die ganze Halbscheid, den zweiten ganzen Theil) heißt so viel: 2 wurde von 4 abgezogen 2 mal ganz, oder 2 ist in 4 enthalten 2 mal ganz, weil 2 mal 2 ist 4. Dann 2 in 1 dividirt, giebt den Quotienten $\frac{1}{2}$ (ein halber Bruchstheil) d. h. 2 ließ sich von 1, wie es ist, kein ganzes mal abziehen. Das 1, ein Ganzes, mußte daher nach der Bestimmung des Divisors in so viele gleich große, oder gleich benannte Bruchstheile aufgelößt gedacht werden, daß hievon 2 subtrahirt werden konnte, hier in 2 Halbe, welche ein Ganzes ausmachen, wovon 2 abgezogen werden konnte, 1 mal, d. i. unter Bruchsgestalt auch ausgedrückt $\frac{1}{2}$ mal. So auch 4 in 2 dividirt, giebt den Quotienten $\frac{2}{4}$ (zwei viertels Theile) d. h. 4 ließ sich von 2, wie es ist, auch kein ganzes Mal abziehen. Jedes der 2 Ganzen mußte daher nach der Bestimmung des Divisors 4 auch in so viele gleich große oder gleichbenannte Bruchstheile aufgelößt gedacht werden, welche im Sinne zusammengezählt eine Bruchssumme geben, wovon 4 subtrahirt werden konnte. Hier jedes der 2 Ganzen in 4 Viertel, welche auch ein Ganzes ausmachen, aufgelößt, und diese zusammengezählt geben 8 Viertel, welche die 2 Ganze ausmachen, wovon 4 abgezählt, subtrahirt werden konnte 2 mal, d. i. unter Bruchsgestalt auch ausgedrückt $\frac{2}{4}$ Mal. — Endlich 3 in 4 dividirt, giebt den Quotienten 1 $\frac{1}{3}$ (1 ganzen und 1 drittels Theil) d. h. 3 ließ sich von 4 abziehen 1 mal ganz, und es

blieb noch 1, ein Ganzes übrig, welches nach der Bestimmung des Divisors 3 in so viele gleich große oder gleichbenannte Bruchstheile aufgelößt gedacht werden mußte, daß hievon 3 weiter subtrahirt werden konnte. Hier in 3 Drittel, welche auch ein Ganzes ausmachen, wovon 3 abgezogen werden konnte 1 mal, das ist, unter Bruchsgestalt auch ausgedrückt $\frac{1}{3}$ mal, daher der Quotient $1\frac{1}{3}$.

Der Quotient von zweien in einander dividirten, nicht einander gleichen Zahlen ist in Beziehung auf den Divisor, die Bestimmung wie vielmal so viel dieser weniger, als der Dividendus sei; und in Beziehung auf den Dividendus, wie vielmal so viel solcher mehr als der Divisor sei? z. B. 4 in 8 dividirt, giebt den Quotienten 2. Hier zeigt der Quotient 2 an: der Divisor 4 sei 2 mal weniger (geringer, kleiner) als der Dividendus 8, und zugleich der Dividendus 8 sei 2 mal mehr (stärker, größer) als der Divisor 4. Demnach ist der Quotient auch diejenige Zahl, welche anzeigt, um wie vielmal eine von 2 gegebenen Zahlen größer, oder kleiner, als die andere sei.

Wenn man in vorangeführtem Beispiele den Quotienten 2 mit dem Divisor 4 multiplicirt, so entspringt zum Produkte der Dividendus 8. Der Dividendus kann also als ein Produkt betrachtet werden, wovon der Divisor und Quotient die Factoren sind. Da nach §. 29. das Produkt zweier mit einander multiplicirten Zahlen oder Factoren gleich, d. h. so groß ist, als die Summe von 2 oder mehreren gleichen Zahlen, so ist bei der Division, welche das umgekehrte der Multiplication bewirkt, nämlich aus dem Produkte den andern Factor erfindet, wo bei der Multiplication aus beiden Factoren das Produkt erfunden wird, der Quotient um so viele gleiche Zahlen, als der Divisor anzeigt, gegen den Dividendus gehalten weniger, mithin nur der andere zu suchen gewesene Factor, welcher durch gerade so vielmaliges Abziehen des Divisors (des einen bekannten Factors) von dem Dividendus, als jener in diesem enthalten ist, herauskommen mußte. Daher, wenn ich z. B. 4 in 16 dividire, so ist es so viel, als ich ziehe 4 von 16 nach und nach 4 mal ab, als:

$$\begin{array}{r} 16 \\ \text{ab}\ \ 4 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ \text{ab}\ \ 4 \\ \hline 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \\ \text{ab}\ \ 4 \\ \hline 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 \\ \text{ab}\ \ 4 \\ \hline , \end{array}$$

Die Division ist demnach eine wiederholte Subtraction einer und der nämlichen Zahl von einer andern zu nennen, oder sie ist nichts anders, als eine dergleichen Subtraction in abgekürzter Art. Weil es nämlich auch viel zu mühsam und langsam wäre, eine und die nämliche Zahl von einer andern so nach und nach abzuziehen, so hat man auch das Dividiren (Geschwindesnehmen nach dem jedesmaligen Enthaltenseyn der einen Zahl in der andern) erfunden, zu dessen Erleichterung und Beschleunigung auch die allgemeine Rechentafel oder das sogenannte Einmal-Eins vorzüglich dient, weil es nicht nur die Richtigkeit des Enthaltenseyn jedesmal beweist; z. B. 2 in 4 dividirt, giebt zum Quotienten 2, denn 2 mal 2 ist 4, sondern auch bei solchen Zahlen, die sich nicht gerade aus dividiren lassen, so nach nicht so, wie sie gegeben sind, in Einmal-Eins auch vorkommen, zur Erfindung des richtigen Enthaltenseyn führt; wenn man nämlich sich den Dividendus um einige 1 geringer denkt, also so denkt, wie er mit dem Divisor in dem Einmal-Eins vorkömmt. Die mehrere 1 sind dann der Rest, oder gleicher Bruchstheil beim endlichen Dividiren, z. B. man hat 5 in 26, 27, 28, oder 29 zu dividiren, so denkt man sich, weil nach dem Einmal-Eins 5 mal 5 ist 25, das 26 um 1 — das 27 um 2 — das 28 um 3 — das 29 um 4 weniger, und der Quotient ist 5, welchem man nur die mehreren 1 unter Bruchsgestalt beizusetzen hat, als $5\frac{1}{5}$ bei 26 — $5\frac{2}{5}$ bei 27 — $5\frac{3}{5}$ bei 28 — $5\frac{4}{5}$ bei 29.

Zwischen der Division und Subtraction besteht der wesentliche Unterschied darin, daß jene Mittelst Auflösung des endlichen Restes in gleich viele, gleich benannte Bruchstheile gerade aus subtrahirt, also keinen undividirten Rest zurückläßt. Daher können auch die 2 zum Dividiren gegebenen Zahlen von verschiedener Größe seyn, nämlich der Divisor und Dividendus können gleiche Zahlen seyn, oder der Divisor kann größer, kann kleiner, als der Dividendus, und so umgekehrt seyn. Sind der Divisor und Dividendus gleiche Zahlen, so entsteht eine gleiche ganze Theilung. Ist der Divisor kleiner, als der Dividendus, und ist jener in diesem gleich vielmal ganz ohne Rest enthalten, so entsteht auch eine gleiche ganze Theilung; ist er aber in dieser gleich vielmal ganz und mit Rest enthalten, so entstehet eine gleiche ganze, und Bruchstheilung. Ist aber der

Divisor größer, als der Dividendus, so entsteht immer eine gleiche Bruchstheilung, wie es obige Beispiele vor Augen legen.

Hieraus läßt sich auch der Ursprung der gebrochenen Zahlen (Brüche) nach obigem §. 2. gegebenen Begriffe hievon deutlich erklären. Nämlich ein Bruch, welcher nur einzelne gleichartige (gleichgroße) Theile eines Ganzen ausdrückt, entsteht, wenn eine größere Zahl in eine kleinere dividirt wird, und heißt daher ein eigentlicher oder ächter Bruch; z. B. 4 in 2 dividirt, giebt $\frac{2}{4}$. Ein Bruch, welcher alle einzelne gleichartige Theile eines Ganzen oder die einzelnen gleichartigen Theile mehrerer gleichartigen Ganzen ausdrückt, entsteht, wenn eine gleiche Zahl in eine gleiche Zahl, oder auch eine kleinere Zahl in eine größere ohne oder mit Rest dividirt wird, z. B. $\frac{2}{2}$ d. h. 2 in 2 dividirt, giebt 1 Ganzes, oder 2 ist in 2 enthalten 1 ganzes Mal; und $\frac{4}{2}$ heißt: 2 in 4 dividirt, giebt 2 Ganze ohne Rest, oder 2 ist in 4 enthalten 2 mal ganz; $\frac{4}{3}$ heißt so viel, als 3 in 4 dividirt, giebt 1 Ganzes und den Rest 1, welcher nach obiger zu denkenden Auflößung $\frac{1}{3}$ ist. Die Brüche $\frac{2}{2}$. $\frac{4}{2}$. $\frac{4}{3}$ und andere dergleichen Brüche, welche anzeigen, daß eine gleiche Zahl in eine gleiche Zahl zu dividiren sey, oder daß eine kleinere Zahl in eine größere, ohne, oder mit Rest dividirt werden könne, heißen daher uneigentliche oder unächte Brüche.

Ein ächter Bruch nach §. 12. angeschrieben zeigt also an, daß eine größere Zahl in eine kleinere Zahl dividirt worden sey, und auch zugleich, daß in der Regel nicht weiter zu dividiren, sondern die Division schon vollendet sei. Wenn man also eine größere Zahl in eine kleinere zu dividiren hat, so darf man nur die kleinere Zahl zum Zähler, und die größere Zahl unter das gemachte Bruchzeichen zum Nenner setzen, so ist es schon geschehen. Z. B. 2 in 1 dividirt, giebt $\frac{1}{2}$. 13 in 12 giebt $\frac{12}{13}$. 321 in 211 giebt $\frac{211}{321}$.

Ein unächter Bruch nach §. 12. angeschrieben, zeigt bloß an, daß eine gleiche Zahl in eine gleiche Zahl oder eine kleinere Zahl in eine größere zu dividiren, also die Division keineswegs vollendet, sondern erst die gleiche ganze oder Bruchstheilung daraus zu finden sey, daß z. B. bei $\frac{2}{2}$ 2 in 2 — bei $\frac{4}{2}$ 2 in 4 — bei $\frac{4}{3}$

3 in 4 nach obiger Art zu dividiren seyen. Man schreibt dergleichen Zahlen auch unter einer Bruchsgestalt, nur deswegen an, um dieselbe nach dem Sprachgebrauche so kurz, als sie hin und wieder ausgesprochen werden, auch niederzuschreiben. Die eigentlichen Divisionszeichen sind zwei abwärts geführte gerade Striche | |, denen zur Linken der Divisor, zwischen denselben der Dividendus, und zur Rechten der Quotient in gerader Linie zu stehen kommen. Z. B. 2 |2| 1 zeigt an, daß 2 in 2 dividirt, 1 zum Quotienten herauskomme.

Um gleiche Zahlen in einander zu dividiren, d. h. den Quotienten richtig zu finden, braucht man keine besondere Regel. Hier ist immer der Quotient 1, weil eine gleiche Zahl von einer andern gleichen nur 1 mal abzuziehen, also auch in derselben nur 1 mal enthalten ist. Z. B. 1 in 1 dividirt giebt 1. 10 in 10 dividirt giebt 1. 100 in 100 dividirt giebt 1; denn 1 mal 1 ist 1 — 1 mal 10 ist 10 — 1 mal 100 ist 100. Auch ist keine besondere Regel für den Fall, wie schon oben gezeigt wurde, nöthig, wenn der Divisor aus einer größern, und der Dividendus aus einer kleinern Zahl besteht; denn hier darf man nur den Dividendus zum Zähler, und nach gemachten Bruchszeichen den Divisor zum Nenner darunter setzen, so ist die Division geschehen. Aber wenn der Divisor aus einer kleinern, und der Dividendus aus einer größern Zahl besteht, nebstdem der Dividendus eine mehrfache Zahl ist, oder beide, der Divisor und Dividendus mehrfache Zahlen sind, so sind, um hauptsächlich bei den mehrfachen Zahlen die gleichvielmalige Abzählung nach der absteigenden Größe und Bedeutung der Zahlen gleichartig jedesmal zu treffen, d. h. das richtige Enthaltenseyn zu bestimmen, nebst dem Einmal-Eins, welches statt 1 mal 1 ist 1 — 1 in 1 ist 1 anfangend zu lesen, und so fort zum Dividiren stets im Sinne üblich seyn muß, noch die besondern Regeln zu beobachten, welche in nachstehenden §§en für dergleichen Fälle gesondert gegeben werden.

§. 35.

Regeln der Division,

wenn die kleinere Zahl der Divisor, und die größere Zahl der Dividendus einfache Zahlen sind, oder wenn nur der Dividendus eine mehrfache Zahl ist.

1) Muß nach §. 34. der Divisor von linker zur rechten Hand zuerst angesetzt, dann ein gerader Strich (|) abwärts geführt, nach demselben in gerader Linie mit dem Divisor fortlaufend der Dividendus gestellt, hierauf wieder mit einem abwärts geführten Striche geschlossen werden. Nach diesem Ansatze sieht man darauf, ob der Dividendus auch nur eine einfache, oder aber eine mehrfache Zahl sei.

2) Sind der Divisor und Dividendus einfache Zahlen, so wird dieser in jenem nach §. 34. und dem Einmal-Eins mit dem Worte in von linker zur rechten Hand dividirt, und hinter dem zweiten abwärts geführten Striche rechts der Quotient in gerader Linie mit dem Dividendus fortlaufend gesetzt; und zum Beweise, daß richtig dividirt worden sei, ist der Quotient immer zuletzt mit dem Divisor im Sinne zu multipliciren, das Produkt auch im Sinne vom Dividendus zu subtrahiren. Bleibt kein Rest, oder ein solcher, welcher kleiner, als der Divisor, also ein dem Quotienten anzuhängender ächter Bruch ist, so hat man recht dividirt. Ist aber der Rest größer, oder gleich dem Divisor, so ist nicht richtig dividirt. Man hat dann vom neuem zu dividiren, und den Divisor höher im Dividendus zu nehmen.

3) Ist der Dividendus eine mehrfache Zahl, so wird auch nach erst gelehrter zweiter Regel nur mit dem Unterschiede verfahren, daß jedes einzelne mit dem Divisor von linker zur rechten Hand zu dividirende Zahlzeichen des Dividendus durch einen Beistrich abzuschneiden, und wenn es dividirt ist, durch einen Seitenstrich / zu durchstreichen sei. Bleibt anfangs, und in der zwischen von einem der so dividirten Zahlzeichen ein Rest, so wird solcher als ein Zehn oder Zehner dem folgenden zu dividirenden Zahlzeichen entweder im Sinne, oder besser mittelst Bemerkung oben zur linken eingezählt, dies Zahlzeichen dann,

als eine mehrfache Zahl mit dem einfachen Divisor durchdividirt, und so fort, bis auf das letzte Zahlzeichen des Dividendus, wenn auch hier ein Rest bleibt, so wird solcher mit untergesetztem Divisor als ächter Bruch dem Quotienten zuletzt angehängt.

4) Kommt vor, daß von linker zur rechten Hand das erste Zahlzeichen des mehrfachen Dividendus weniger, als der Divisor bedeutet, so müssen gleich anfangs 2 Zahlzeichen des Dividendus durch einen Beistrich abgeschnitten, und als eine mehrfache Zahl mit dem einfachen Divisor durchdividirt werden.

5) Hat der mehrfache Dividendus in der zwischen, und am Ende hie und da ein weniger bedeutendes Zahlzeichen, als der Divisor, und ist von einem vorher dividirten Zahlzeichen kein einzuzählender Rest geblieben, so wird zum Quotienten ein 0 gesetzt, jedoch ist hiebei zu bemerken, daß, wenn dergleichen Division in der zwischen geschieht, gleich nach gesetzten 0 zum Quotienten das weniger bedeutende Zahlzeichen, und das nächst darauf folgende, welches selbst ein 0 seyn kann, als eine mehrfache Zahl durch Abschneidung mit dem Beistriche zusammengenommen, und mit dem einfachen Divisor fort durchdividirt werden müssen. Geschieht aber dergleichen Division am Ende, so ist nach gesetzten 0 zum Quotienten auch das letzte weniger bedeutende Zahlzeichen des Dividendus mit untersetztem Divisor als ächter Bruch dem Quotienten anzuhängen.

6) Wenn bei einem mehrfachen Dividendus in der zwischen, und am Ende Nullen vorkommen, und für dieselbe von den vorher dividirten Zahlzeichen kein einzuzählender Rest bleibt, so werden immer zum Quotienten so viele Nullen hinausgesetzt, als dergleichen im Dividendus sind. Wo aber ein Rest bleibt, muß nach der dritten Regel verfahren werden.

Beispiele für die erste und zweite Regel.

Wenn man 2 in 8 zu dividiren hat, so ist der Ansatz dieser: 2|8|, dann wird gesprochen: 2 in 8 ist oder geht 4 mal; hierauf wird 4 als Quotient hinter den zweiten Strich also gesetzt: 2|8|4. Der

Quotient 4 mit dem Divisor 2 multiplicirt, giebt 8. 8 von dem Dividendus 8 abgezogen, bleibt Nichts; also ist recht dividirt. Anfänger können anfangs dies sämtliche Verfahren anschreiben, als: 2|8|4, bis sie hinlänglich geübt sind, und sicher solches im Sinne zu treffen gelernt haben.

```
2|8|4
  8
  —
  ,
```

Würde man anfangs gesprochen haben: 2 in 8 ist 2 oder 3 mal, so hätte man bei Hinaussetzung 2 oder 3 zum Quotienten unrichtig dividirt, als: 2|8|2 oder 2|8|3; denn 2 mal 2 ist 4 — 4 von 8 bleibt 4 und 2 mal 3 ist 6 — 6 von 8 bleibt 2; oder angeschrieben:

```
2|8|2   —   2|8|3.
  4           6
  —           —
  4           2
```

Im ersten Falle käme ein größerer Rest, als der Divisor ist, und im letzten Falle ein dem Divisor gleicher Rest heraus, welches aber bei einer gleichen Theilung nicht seyn kann und darf. —

Soll man 2 in 9 dividiren, so spricht man auch: 2 in 9 ist 4 mal, und setzt 4 zum Quotienten also an: 2|9|4; aber da der Quotient 4 mit dem Divisor 2 multiplicirt 8 giebt, so bleibt, dies 8 von 9 abgezogen, der Rest 1, welcher kleiner, als der Divisor 2 die Richtigkeit der Division beweißt. Daher Rest 1 mit 2 unter Bruchsgestalt dem Quotienten als ein ächter Bruch angehängt der ganze Quotient $4\frac{1}{2}$ wird. Dies sämtliche Verfahren sieht angeschrieben also:

```
2|9|4 1/2
  8
  —
  1
```

Also geschieht die Division auch in folgenden und dergleichen Beispielen:

5 in 9 dividirt giebt den Quotienten $1\frac{4}{5}$ oder

```
5|9|1 4/5
  5
  —
  4
```

Anfänger sind in Beispielen, wo der Divisor und Dividendus einfache Zahlen sind, fleißig zu üben, weil sie dadurch die nöthige Fertigkeit, in mehrfachen Zahlen leicht zu dividiren, erlangen müssen.

Beispiele für die dritte Regel.

Habe ich 2 in 4682 zu dividiren, so verfahre ich nach gemachtem Ansatze: 2|4682| also: weil hier der Dividendus eine mehrfache Zahl ist, so dividire ich mit dem Divisor 2 jedes von linker zur rechten Hand folgende Zahlzeichen des Dividendus, schneide deswegen jedes durch einen Beistrich ab, setze die einzelnen Quotienten nach der Ordnung hinten hinaus, und wenn ich ein Zahlzeichen nach der zweiten Regel dividirt habe, so durchstreiche ich es. Der obige Ansatz sieht demnach also aus:

2|4,6,8,2,|2341. Nämlich ich spreche, das erste Zahlzeichen des Dividendus mit einen Beistriche abschneidend, also: 2 in 4 geht 2 mal, und setze 2 als Quotienten hinter den Dividendus, sprechend: 2 mal 2 ist 4 — 4 von 4 geht auf — 4 ist demnach dividirt, ich durchstreiche es. Nun gehe ich zu dem folgenden Zahlzeichen über, schneide es deswegen auch durch einen Beistrich ab, und verfahre eben so, und so weiter, als: 2 in 6 geht 3 mal — 2 mal 3 ist 6 — 6 von 6 geht auf. Dann 2 in 8 geht 4 mal — 2 mal 4 ist 8 — 8 von 8 geht auf. Endlich 2 in 2 geht 1 mal — 1 mal 2 ist 2 — 2 von 2 geht auf. Weil hier alles aufgegangen ist, so wurde recht dividirt. Der ganze Quotient ist 2341.

3 ist in 7581 also zu dividiren: 3|7,5,8,1,|2527. Nach abgeschnittenen 7 im Dividendus spricht man: 3 in 7 geht 2 mal — 2 mal 3 ist 6 — 6 von 7 bleibt 1. Dies 1 nach durchstrichenem 7 oben zu 5 als ein Zehn gesetzt und abgeschnitten, giebt zum weitern Dividiren 15 — 3 in 15 geht 5 mal — 3 mal 5 ist 15 — 15 von 15 bleibt Nichts, und es wird durchstrichen. Nun wird 8 abgeschnitten und gesprochen: 3 in 8 geht 2 mal — 2 mal 3 ist 6 — 6 von 8 bleibt 2. Dies 2 nach durchstrichenem 8 oben zu 1 als 2 Zehner gesetzt und abgeschnitten giebt zum endlichen Dividiren 21 — 3 in 21 geht 7 mal — 3 mal 7 ist 21 — 21 von 21 geht auf, und wird durchstrichen. Weil nun auch kein Rest geblieben ist, so ist recht dividirt worden. Der ganze Quotient beträgt 2527.

4 wird in 4459 also dividirt: 4 |4,4,5,9,| 1114 $\frac{3}{4}$. Nämlich die im Dividendus abzuschneidenden 4 sind mit dem Divisor 4 als gleichen Zahlen geschwind dividirt, 4 in 4 geht 1 mal — weil 1 mal 4 ist 4 — 4 von 4 bleibt Nichts. Aber 4 in 5 dividirt giebt 1 zum Quotienten und läßt 1 zurück. Dies 1 als 10 zu 9 oben gesetzt giebt 19 zum endlichen Dividiren. Da 4 in 19 — 4 mal geht, weil 4 mal 4 ist 16 — und 16 von 19 bleibt 3, so ist der endlich zuletzt bleibende geringere Rest 3 mit untersetztem Divisor 4 als ächter Bruch dem Quotienten anzuhängen, demnach der richtige ganze Quotient 1114 $\frac{3}{4}$.

Beispiele für die vierte Regel.

3 ist in 1632 also zu dividiren: 3 |16,3,2,| 544. Weil hier das erste Zahlzeichen des Dividendus geringer ist, als der Divisor, so schneide ich gleich 2 Zahlzeichen des Dividendus ab, sprechend: 3 in 16 geht 5 mal — 3 mal 5 ist 15 — 15 von 16 bleibt 1. Dies 1 zu folgendem 3 als 10 gesetzt giebt zum weitern Dividiren 13. Nun 3 in 13 geht 4 mal — 3 mal 4 ist 12 — 12 von 13 bleibt wieder 1. Dies 1 zu endlich folgendem 2 als 10 gesetzt giebt zum endlichen Dividiren 12 — 3 in 12 geht 4 mal — 3 mal 4 ist 12 — 12 von 12 bleibt Nichts, oder geht auf. Also ist der richtige ganze Quotient 544.

2 wird in 1943 also dividirt: 2 |19,4,3,| 971 $\frac{1}{2}$. Weil hier auch das erste Zahlzeichen des Dividendus geringer ist, als der Divisor, so mußten gleich 2 Zahlzeichen des Dividendus abgeschnitten, und 2 in 19 dividirt werden, nämlich: 2 in 19 geht 9 mal — 2 mal 9 ist 18 — 18 von 19 bleibt 1. Dies 1 zu 4 als 10 gesetzt giebt zum weitern Dividiren 14 — 2 in 14 geht 7 mal — 2 mal 7 ist 14 — 14 von 14 geht auf. Endlich 2 in 3 geht 1 mal — 1 mal 2 ist 2 — 2 von 3 bleibt 1. Dies endlich gebliebene 1 wird wieder als Rest mit untergesetztem Divisor, als ächter Bruch dem Quotienten angehängt. Daraus entsteht der richtige ganze Quotient 971 $\frac{1}{2}$.

Beispiele für die fünfte Regel.

6 in 648 ist also zu dividiren: 6 | 6, 4 8, | 108. Nämlich 6 in 6 geht 1 mal — 1 mal 6 ist 6 — 6 von 6 bleibt Nichts. 6 in 4 geht 0 mal, weil 4 inzwischen gesetzt kleiner, als der Divisor 6 ohne einen vorher gebliebenen Rest ist, deswegen wird gleich das folgende Zahlzeichen 8 zum endlichen Dividiren abgeschnitten, und gesprochen: 6 in 48 geht 8 mal — 6 mal 8 ist 48 — 48 von 48 bleibt Nichts. So resultirt 108 als richtiger ganzer Quotient.

6 in 8472 wird dividirt also: 6 | 8, 4, 7, 2, | 1412, (2 1 darüber) man spricht: 6 in 8 geht 1 mal — 1 mal 6 ist 6 — 6 von 8 bleiben 2. 6 in 24 geht 4 mal — 4 mal 6 ist 24 — 24 von 24 bleibt Nichts. 6 in 7 geht 1 mal — 1 mal 6 ist 6 — 6 von 7 bleibt 1. 6 in 12 geht 2 mal — 2 mal 6 ist 12 — 12 von 12 geht auf. Hier kommen zwar auch beim Dividendus inzwischen, und sogar am Ende kleinere Zahlzeichen, als der Divisor ist, vor, aber weil von vorher dividirten Zahlzeichen ein Rest geblieben ist, so konnte kein Null zum Quotienten hinausgesetzt werden.

3 in 452 dividirt sich also: 3 | 4, 5, 2, | 150 $\frac{2}{3}$. (1 darüber) Man spricht: 3 in 4 geht 1 mal, 1 mal 3 ist 3 — 3 von 4 bleibt 1 — 1 zu 5 als 10 gesetzt giebt zum weitern Dividiren 15 — 3 in 15 geht 5 mal — 3 mal 5 ist 15 — 15 von 15 geht auf. Endlich 3 in 2 geht 0 mal, weil 2 kleiner, als der Divisor 3 ist. Da aber 2 das letzte zu dividirende Zahlzeichen ist, so muß es mit dem Divisor 3 unter Bruchsgestalt dem Quotienten 150 angehängt werden, so, daß der ganze Quotient 150 $\frac{2}{3}$ richtig herauskömmt.

7 hat man in 805 also zu dividiren: 7 | 8, 0, 5, | 115. (1 3 darüber) Nämlich 7 in 8 geht 1 mal — 1 mal 7 ist 7 — 7 von 8 bleibt 1 — 1 als 10 vor Null gesetzt, giebt zum weitern Dividiren 10. 7 in 10 geht 1 mal — 1 mal 7 ist 7 — 7 von 10 bleibt 3. Dies 3 als Zehner zu 5 gesetzt, giebt zum endlichen Dividiren 35. Endlich 7 in 35 geht 5 mal — 5 mal 7 ist 35 — 35 von 35 geht auf. Also entsteht der

ganze richtige Quotient 115. Weil auch hier ein Rest zu dem 0, und dem letzt geringern Zahlzeichen des Dividendus vom vorher Dividiren einzuzählen war, so konnte kein 0 zum Quotienten hinausgesetzt werden.

6 in 363041454 ist also zu dividiren: $6\,|\not3\not6,\not3\not0,\not4\overset{5}{\not1},\not4,\not5\not4,|$ 60506909. Nämlich weil hier das erste Zahlzeichen des Dividendus kleiner, als der Divisor ist, so mußten gleich 2 Zahlzeichen zum Dividiren im Anfange abgeschnitten werden, dann konnte man sprechen: 6 in 36 geht 6 mal — 6 mal 6 ist 36 — 36 von 36 geht auf. Weil kein Rest bleibt, und das folgende Zahlzeichen 3 geringer, als der Divisor ist, so kommt ein 0 zum Quotienten, dann wird das folgende Null im Dividendus zu 3 abgeschnitten, es giebt zum weitern Dividiren 30 — 6 in 30 geht 5 mal — 5 mal 6 ist 30. Weil auch das weiter folgende Zahlzeichen 4 geringer, als der Divisor ist, so muß zu demselben nach hinausgesetztem 0 zum Quotienten das nächstfolgende 1 abgeschnitten werden, es giebt 41 — 6 in 41 geht 6 mal — 6 mal 6 ist 36 — 36 von 41 bleibt 5. Dies 5 zu folgenden 4 als 5 Zehner gesetzt, giebt zum Fortdividiren 54 — 6 in 54 geht 9 mal — 6 mal 9 ist 54 — 54 von 54 bleibt Nichts. Endlich, weil das folgende Zahlzeichen 5 auch noch kleiner, als der Divisor ist, und vom vorher Dividiren kein einzuzählender Rest geblieben ist, so muß ein 0 zum Quotienten hinausgesetzt, und zu dem 5 das letzte Zahlzeichen 4 abgeschnitten werden. Es giebt zum endlichen Dividiren 54 — 6 in 54 geht 9 mal — 6 mal 9 ist 54 — 54 von 54 geht auf. Also entstand der ganze richtige Quotient 60506909.

Beispiele für die sechste Regel.

2 wird in 406008000 also dividirt: $2\,|\not4,\not0,\not6,\not0,\not0,\not8,\not0,\not0,\not0,|$ 203004000. Weil hier beim Dividendus in der zwischen und am Ende Nullen vorkommen, für welche von den vorher dividirten Zahlzeichen 4, 6, 8, welche sich mit 2 gerade aus dividiren, kein einzuzählender Rest bleibt, so kommen in dem Quotienten so viele Nullen zu stehen, als der Dividendus hat.

9 ist in 54081 also zu dividiren: 9 | 5,4,0,8,1, | 6009. Weil hier das erste Zahlzeichen des Dividendus 5 weniger, als der Divisor 9 ist, so müssen zum anfänglichen Dividiren gleich 2 Zahlzeichen abgeschnitten werden, dann wird gesprochen: 9 in 54 geht 6 mal — 6 mal 9 ist 54 — 54 von 54 bleibt Nichts. Da Nichts bleibt, so ist für das folgende 0 auch ein 0 im Quotienten hinauszusetzen. Da nächstfolgendes 8 auch kleiner, als 9 ist, so muß auch ein 0 zum Quotienten hinausgesetzt, und endlich das letzte Zahlzeichen 1 zu 8 herabgeschnitten werden. Nun 9 in 81 geht 9 mal — 9 mal 9 ist 81 — 81 von 81 bleibt Nichts. Also ist der ganze richtige Quotient 6009.

1 3 2 1 3

7 in 80090 ist also dividiren: 7 | 8,0,0,9,0, | 11441 $\frac{3}{7}$. Nämlich 7 in 8 geht 1 mal — 1 mal 7 ist 7 — 7 von 8 bleibt 1. Dies 1 als 10 zu 0 gesetzt, giebt zum weitern Dividiren 10 — 7 in 10 geht 1 mal — 1 mal 7 ist 7 — 7 von 10 bleibt 3. Dies 3 als 3 Zehner zu weiter folgendem 0 gesetzt, giebt zum Fortdividiren 30 — 7 in 30 geht 4 mal — 4 mal 7 ist 28 — 28 von 30 bleibt 2. Dies 2 zu folgenden 9 als 2 Zehner gesetzt, giebt zum Fortdividiren 29 — 7 in 29 geht 4 mal — 4 mal 7 ist 28 — 28 von 29 bleibt 1. Dies 1 als Zehn zum letzten 0 gesetzt giebt 10 — 7 in 10 geht 1 mal — 1 mal 7 ist 7 — 7 von 10 bleibt 3. Dieser endliche Rest ist mit dem Divisor 7 unter Bruchsgestalt dem Quotienten anzuhängen. Daher obiger ganzer richtige Quotient 11441 $\frac{3}{7}$. Weil hier zu dem letzten 0 im Dividendus ein einzuzählender Rest vom vorher dividirten Zahlzeichen geblieben ist, so konnte kein 0 hiefür in den Quotienten hinausgesetzt werden.

8 in 840 wird also dividirt: 8 | 8,40, | 105. Nämlich 8 in 8 geht 1 mal — 1 mal 8 ist 8 — 8 von 8 bleibt Nichts. Wegen keines gebliebenen Restes ist das folgende kleinere Zahlzeichen 4, als der Divisor 8, nach vorher hinausgesetzten 0 in dem Quotienten mit dem letzten Null abzuschneiden, und zu sprechen: 8 in 40 geht 5 mal — 5 mal 8 in 40 — 40 von 40 geht auf. Daher der richtige ganze Quotient 105.

Weil hier wieder zu dem letzten 0 in dem Dividendus ein einzuzählender Rest vom vorher Dividiren geblieben ist, so konnte kein 0 hiefür in den Quotienten hinausgesetzt werden.

5 in 52540 hat man also zu dividiren: 5 |5,25,40,| 10508. Nämlich 5 in 5 geht 1 mal — 1 mal 5 ist 5 — 5 von 5 bleibt Nichts. Wegen keines gebliebenen Restes und des folgenden kleinern Zahlzeichens 2, als der Divisor 5 ist, wird 0 im Quotienten hinausgesetzt, dann zu 2 herabgeschnitten 5, es giebt zum weitern Dividiren 25 — 5 in 25 geht 5 mal — 5 mal 5 ist 25 — 25 von 25 geht auf. Wegen wieder keines gebliebenen Restes und folgenden kleinern Zahlzeichens 4, als der Divisor 5, wird ein 0 zum Quotienten weiter hinausgesetzt, dann zu 4 das letzte 0 herabgeschnitten, es giebt zum endlichen Dividiren 40 — 5 in 40 geht 8 mal — 5 mal 8 ist 40 — 40 von 40 bleibt Nichts. Daher auch der ganze richtige Quotient 10508. Wegen wieder eines gebliebenen Restes vom vorletzten Dividiren zu dem letzten 0 in dem Dividendus konnte wieder kein 0 in den Quotienten hinausgesetzt werden.

§. 33.

Regeln der Division,

wenn die kleinere Zahl der Divisor, und die größere Zahl der Dividendus, beide mehrfache Zahlen sind.

1) Nach gemachtem Ansatze, welcher §. 35. Nro. 1 gelehrt wurde, und auch hier gielt, werden im Dividendus so viele Zahlzeichen, wozu auch Nullen gezählt werden, durch einen Beistrich zum Dividiren abgeschnitten, als der Divisor hat. Wenn aber die abgeschnittenen Zahlzeichen des Dividendus weniger, als der ganze Divisor bedeuten, so muß nach im §. 35. gegebener vierter Regel gleich im Dividendus ein Zahlzeichen beim Abschneiden mehr genommen werden.

2) Wird die Division also angefangen: mit dem ersten Zahlzeichen des Divisors wird in das erste Zahlzeichen des abgeschnittenen Dividendus, oder wenn dieses weniger, als das erste Zahlzeichen des Divisors bedeutet, in die 2 ersten Zahlzeichen des abgeschnittenen Dividendus nach der im §. 35.

gegebenen vierten Regel dividirt, hiebei jeder einzelne Quotient mit dem ganzen Divisor multiplicirt, und das jedesmalige Produkt unter die abgeschnittenen Zahlzeichen des Dividendus von rechter zur linken Hand zum Subtrahiren gesetzt. Wenn von der Subtraction, welche hier nicht im Sinne oder auswendig, sondern schriftlich zu geschehen hat, kein oder ein Rest bleibt, so muß darauf gesehen werden, ob im Dividendus noch ein Zahlzeichen, welches auch nur ein 0 seyn kann, zum weitern Dividiren durch einen Beistrich abzuschneiden sei, oder nicht. Ist keines mehr abzuschneiden, so ist mit dem ersten Male schon die Division vollbracht. Der bleibende Rest wird mit untersetztem Divisor, als ächter Bruch dem Quotienten nur angehängt. Ist aber eines, oder sind noch mehrere Zahlzeichen im Dividendus zum weitern Dividiren abzuschneiden, so wird jedes einzeln durch einen Beistrich abgeschnitten, und zum weitern Dividiren dem gebliebenen Reste rechts herab — und angesetzt. Wenn kein Rest geblieben ist, so geschieht auch diese Herabsetzung an dem Platze zur Rechten, wo der Rest anzuschreiben gewesen wäre.

3) Die weitere Dividirung geschieht nach erstgezeigter jedesmaliger Herabsetzung eines Zahlzeichens vom Dividendus eben so, wie solche angefangen wurde. Nämlich mit dem ersten Zahlzeichen des Divisors wird in das erste Zahlzeichen der als Reste herabstehenden Zahlen dividirt; wenn aber dieses weniger, als das erste Zahlzeichen des Divisors bedeutet, so muß, ehe nach obiger zweiter Regel in die 2 ersten Zahlzeichen derselben dividirt werden kann, nach jeder Herabsetzung eines Zahlzeichens, welches auch nur ein 0 seyn kann, darauf gesehen werden, ob die herabstehenden zu dividirenden Zahlen in Summa nicht weniger, als der Divisor, bedeuten. Ist dieses, so muß nach der Herabsetzung eines Zahlzeichens ein 0 zum Quotienten hinausgeschrieben, und das nächstfolgende Zahlzeichen, um dividiren zu können, auch neben herabgeschrieben werden; bleibt aber der Divisor immer noch größer, so muß wieder ein 0 zum Quotienten hinausgeschrieben, und das weiter nächstfolgende Zahlzeichen nebenbei auch herabgesetzt werden. Dies geschieht so lange, bis die herabstehenden Zahlzeichen entweder

eben so viel, oder noch mehr, als der Divisor bedeuten, oder gar kein Zahlzeichen mehr vom Dividendus herabgeschrieben werden kann. Ist bei dem letzten herabgeschriebenen Zahlzeichen des Dividendus der Divisor immer noch größer, so müssen nach hinausgesetztem 0 zum Quotienten die herabstehenden Zahlzeichen mit dem untersetzten Divisor als ächter Bruch dem Quotienten angehängt werden.

4) Vorstehende Regel gielt auch für den Fall, wenn gleich anfangs, und hierauf nach dem zu einem oder keinem Reste herabgesetzten Zahlzeichen des Dividendus zwar das erste Zahlzeichen der als Rest herabstehenden und zu dividirenden Zahlen mehr, oder eben so viel bedeutet, als das erste Zahlzeichen des Divisors; aber der Divisor in Summa größer ist, als die also herabstehenden Zahlzeichen. Hier muß auch gleich anfangs ein 0 zum Quotienten hinausgesetzt, und nach erst vorher gelehrten Art fortgefahren werden. Sind zu keinem gebliebenen Reste an dessen Platze nur Nullen herabzuschreiben, so werden kurz nur so viele Nullen in den Quotienten hinausgesetzt, als Nullen herabzuschreiben wären.

5) Wenn bei regelmäßig abgeschnittenen und herabgesetzten Zahlen der Dividendus mehrfacher, als der Divisor ist, anbei das erste Zahlzeichen des Divisors und des Dividendus gleiche Zahlen bedeuten, so kann man nicht, wie §. 34. am Ende sagt, das erste Zahlzeichen des Divisors in das erste Zahlzeichen des Dividendus 1 mal nehmen, sondern es muß das erste Zahlzeichen des Divisors in 2 Zahlzeichen des Dividendus nach der im §. 35. gegebenen vierten Regel dividirt werden. Doch läßt sich, welches besonders zu bemerken ist, wenn das erste Zahlzeichen des Divisors 1 ist, solches nie höher in 2 Zahlzeichen des Dividendus, als 9 mal nehmen, oder dividiren.

6) So oft ein einfacher Divisor in 1 oder nach der im §. 35. gegebenen vierten Regel in 2 Zahlzeichen des mehrfachen Dividendus zu nehmen ist, als solcher darin enthalten ist, eben so oft kann nicht immer das erste Zahlzeichen eines mehrfachen Divisors in 1 oder 2 Zahlzeichen eines mehrfachen

Dividendus genommen werden, wenn durch die Multiplication des Quotienten mit dem ganzen Divisor ein Produkt entsteht, welches größer, als der ganze abgeschnittene oder herabgesetzte Dividendus ist, also nicht hievon subtrahirt werden kann. Der Fall ist gewöhnlich, wenn 1 das erste Zahlzeichen des Divisors ist. Um in einem solchen Falle gleich den rechten Quotienten zum Anschreiben zu treffen, welcher durch die Multiplication mit dem ganzen Divisor kein größeres Produkt giebt, als die zu dividirenden Zahlzeichen betragen, darf man nur einen genommenen Quotienten flüchtig mit dem ganzen Divisor im Sinne multipliciren, und die einzelnen Produkte, so wie solche zum Subtrahiren untergestellt werden sollten, gleich gegen jedes Zahlzeichen des Dividendus halten. Fallen die einzelnen Produkte in ihrer Summe höher aus, als dergleichen oben gestellte Zahlzeichen des Dividendus bedeuten, so ist der Quotient zu hoch genommen worden. — Fallen sie in ganz gleicher Summe gegen einander aus, so ist der Quotient richtig. Desgleichen, wenn erstere nicht viel unter der ganz gleichen Summe stehen. Stehen diese aber so weit unter der ganz gleichen Summe, daß sie von den Zahlzeichen des Dividendus subtrahirt, einen noch größern Rest hinterlassen, als der ganze Divisor ist, so ist der Quotient zu niedrig genommen. Besser ist es hier den Quotienten anfangs höher, als niedriger, zu nehmen, weil man hernach durch allmähliges um 1 niedriger nehmen eher den rechten Quotienten findet. Dies versuchsweise Auffinden des richtigen Quotienten kann in dergleichen Fällen leichter und geschwinder auf die kürzeste Art dadurch geschehen, wenn man sich das erste Zahlzeichen des Divisors, und manchmal auch des Dividendus um 1 höher denkt, also z. B. statt 1 in 2 zu dividiren, im Sinne 2 in 3 dividirt. Hat man einen Fall zur vorstehenden fünften Regel gehörig, so genügt fast immer, wenn man sich nur das erste Zahlzeichen des Divisors um 1 höher denkt, z. B. statt 3 in 32 nimmt 4 in 32. Schon beim ersten Dividiren wird so gemeiniglich der richtige Quotient gleich, wenigstens sehr nahe, allzeit getroffen. Der Quotient muß aber hernach regelmäßig immer mit den gegebenen Zahlzeichen des Divisors multiplicirt, und auch das Produkt von den gegebenen

Zahlzeichen des Dividendus subtrahirt werden. Die höhere Vorstellung der ersten Zahlzeichen gielt nur zum Dividiren, oder Quotienten suchen. Die Anwendung dieses Erleichterungs- und Beförderungsmittels zum Auffinden des richtigen Quotienten soll in nachstehenden Beispielen deutlich gezeigt werden.

7) Hat der Divisor zur Rechten am Ende Nullen, so werden diese vor der Division mit Seitenstrichen durchgestrichen, zugleich werden aber auch im Dividendus zur Rechten eben so viele Zahlzeichen, oder auch Nullen, wenn dergleichen auch da am Ende stehen, durchgestrichen, als der Divisor Nullen hat. Die durchgestrichenen Zahlzeichen oder Nullen werden dann beim Dividiren übergangen. Bleibt vom Dividiren kein Rest, und sind beiderseits nur gleichviel gestrichene Nullen da, so ist die Division für ganz vollendet anzusehen. Bestehet aber der am Ende durchgestrichene Theil des Dividendus aus Zahlzeichen mit oder ohne Nullen, so ist zuletzt noch dieser durchgestrichene Theil, wie er steht, mit untersetztem ganzen Divisor, als ächter Bruch dem Quotienten anzuhängen. Eben so muß auch, wenn ein Rest vom Dividiren geblieben ist, derselbe mit den übrigen gestrichenen Zahlzeichen oder Nullen des Dividendus zuletzt unter gleicher Bruchsgestalt dem Quotienten angehängt werden.

8) Hat der Divisor in der zwischen Nullen, so ist bei der Multiplication des Quotienten mit dem Divisor nur die diesfalsige Multiplicationsregel zu beobachten.

9) Ist der Divisor 1 mit 1 oder mehreren Nullen, so werden im Dividendus zur Rechten am Ende eben so viele Zahlzeichen oder Nullen, wenn eben so viele da sind, auf erstgesagte Art durchgestrichen, und die Division ist, weil 1 als einfacher Divisor nichts dividirt, ganz vollendet, wenn nur so viele durchgestrichene Nullen im Dividendus am Ende sind, als der Divisor hat. Hat aber der Dividendus wieder nur so viele gestrichene Zahlzeichen, mit oder ohne Nullen, so muß auch zuletzt dieser gestrichene Theil wieder unter Bruchsgestalt dem Quotienten angehängt werden.

Nun zur Anwendung dieser Regeln in Beispielen!

Beispiele für die erste, zweite und dritte Regel.

Hat man 32 in 64 zu dividiren, so schneidet man nach gemachtem Ansatze, weil der Divisor aus 2 Zahlzeichen besteht, im Dividendus eben so viele ab. Da zugleich diese mehr, als der Divisor bedeuten, so kann man gleich dividiren, sprechend: 3 in 6 geht 2 mal — 2 mal 2 ist 4 — 2 mal 3 ist 6 — 4 von 4 geht auf, 6 von 6 geht auch auf. Weil kein Rest geblieben und auch kein abzuschneidendes Zahlzeichen zum weitern Dividiren vorhanden ist, so ist schon die Division vollendet, welche angeschrieben also aussieht: 32 |64| 2 — 2 ist also hier der Quotient.

```
32 |64| 2
    64
    ''
```

214 in 650 dividirt sieht also aus: 214 |650| 3 $\frac{8}{214}$. — Weil hier der Divisor aus 3 Zahlzeichen

```
214 |650| 3 8/214
     642
     ,,8
```

besteht, so müssen auch eben so viele im Dividendus mit beigezähltem 0 abgeschnitten werden. Bei der Division selbst hieß es: 2 in 6 geht 3 mal — 3 mal 4 ist 12, 1 mal 3 ist 3 mit 1 geblieben ist 4, und 2 mal 3 ist 6 — 2 von 10 bleibt 8 — 4 von 4 geht auf — 6 von 6 geht auch auf. Da der Rest 8 geblieben, und kein abzuschneidendes Zahlzeichen zum weitern Dividiren mehr vorhanden ist, so kam dieser Rest mit untersetztem ganzen Divisor als ächter Bruch hinter den Quotienten zuletzt zu stehen. — Daraus entstand also der ganze Quotient 3 $\frac{8}{214}$.

23 in 575 dividirt, giebt den Quotienten 25. — Nämlich:

```
23 |57,5,| 25.
    46
    115
    115
    '''
```

Weil hier bei anfänglicher Dividirung nach regelmäßig 2 vom Dividendus abgeschnittenen und dividirten Zahlzeichen der Rest 11 bleibt, so mußte das im Dividendus noch übrige Zahlzeichen 5 zu dem Reste 11 herabgesetzt werden, so, daß itzt 23 in 115 weiter zu dividiren ist, sprechend: 2 in 11, (nicht 1, weil 2 mehr als 1 ist,) geht 5 mal — 3 mal 5 ist 15 — 2 mal 5 ist 10 — 1 geblieben ist 11 — 115 von 115 geht auf.

74 in 6882 dividirt, giebt den Quotienten 93. Nämlich:

```
74|6 8 8,2,|93.
   6 6 6
   -----
   ,2 2 2
    2 2 2
    -----
    , , ,
```

Hier mußten im Dividendus gleich anfänglich 3 Zahlzeichen abgeschnitten werden, weil 68 weniger als 74 ist. Nach gebliebenem Reste 22 vom ersten Dividiren mußte zu demselben noch das übrige im Dividendus abgeschnittene Zahlzeichen 2 herabgesetzt werden, daß endlich 74 in 222 zu dividiren kommt, wo es heißt: 7 in 22 geht 3 mal — 3 mal 4 ist 12 — 3 mal 7 ist 21 — 1 geblieben 22 — 222 von 222 geht auf.

25 in 55005 dividirt, giebt den Quotienten $2200\frac{5}{25}$. Nämlich:

```
25|5 5,0,0,5,|2200 5/25.
   5 0
   ---
    5 0
    5 0
    ---
    , 0 5
```

Hier mußte zum erst gebliebenen Reste 5 ein im Dividendus abgeschnittenes 0 zum weitern Dividiren herabgesetzt werden; da von der zweiten Division kein Rest blieb, so mußte das weiter folgende 0 im Dividendus abgeschnitten, und an dem Platze des anzuschreibenden Restes Rechts herabgesetzt werden. Da nach der dritten Regel 25 in 0 nicht zu dividiren ist, so kommt ein 0 zum Quotienten. Nun ist das noch übrige Zahlzeichen 5 im Dividendus abzuschneiden, und neben dem 0 herabzusetzen. Da nach §. 7. das einem Zahlzeichen links zuerst vorstehende 0 so viel als Nichts bedeutet, also 25 nur in 5 zu dividiren wäre, aber auch nicht zu dividiren ist, so muß wieder nach erst angeführter Regel ein 0 zum Quotienten gesetzt, endlich der Rest 5 mit untersetztem Divisor 25 als ächter Bruch dem ganzen Quotienten angehängt werden.

58 in 5974 dividirt, giebt den Quotienten 103. Nämlich:

```
58|5 9,7,4,|103.
   5 8
   -----
   ,1 7 4
    1 7 4
    -----
    , , ,
```

Hier konnte nach vollbrachter erster Division und dem herabgesetzten 7 des Dividendus zu dem Reste 1 nicht gleich fortdividirt werden, sprechend: 5 in 17 geht 3 mal, weil 17 weniger, als der Divisor 58 ist. Daher kam vorher ein 0 zum Quotienten, dann 4 das letzte Zahlzeichen des Dividendus zum Reste herab, welcher dadurch zu 174 vergrößert 58 in sich ausdividiren ließ.

433 in 4344289 dividirt, giebt den Quotienten 10033. Nämlich:

```
433 |4 3 4,4,2,8,9,| 10033.
     4 3 3
     , , 1 4 2 8
         1 2 9 9
         , 1 2 9 9
           1 2 9 9
           , , , ,
```

Hier war zu dem gebliebenen Reste 1 vom ersten Dividiren das nächstfolgende abgeschnittene 4 vom Dividendus herabzusetzen, weil aber so nur 14 viel weniger, als der Divisor ist, entstand, so konnte auch nicht gleich fortdividirt werden, sprechend: 4 in 14, sondern es mußte erst ein 0 zum Quotienten hinaus — und darauf das weiterfolgende abgeschnittene 2 herabkommen. Weil aber so wieder erst 142, also noch immer weniger, als 433 entstand, so kam wieder ein 0 zum Quotienten hinaus — dann das weiter nächstfolgende abgeschnittene 8 herab zu stehen. Nun entstand 1428, wo 433 hinein dividirt werden kann, sprechend: 4 in 14 geht 3 mal — 3 mal 3 ist 9 — 3 mal 3 ist 9 — 3 mal 4 ist 12. Subtrahirt bleibt 129. Nun hiezu das letzte abgeschnittene Zahlzeichen 9 entsteht 1299, wo eben so wieder hinein dividirt alles gerade aufgeht.

371 in 374230 dividirt, giebt den Quotienten 1008 $\frac{262}{371}$.

Nämlich: 371 |3 7 4,2,3,0,| 1008 $\frac{262}{371}$.

```
371 |3 7 4,2,3,0,| 1008 262/371
     3 7 1
     , , 3 2 3 0
         2 9 6 8
         , 2 6 2
```

Weil hier nach den ersten dividirten abgeschnittenen 3 Zahlzeichen des Dividendus der Rest 3 herauskam, zu welchen das abgeschnittene 2 und 3 herabgeschrieben kein so großer, oder größerer Dividendus, als der Divisor ist, entstand, so mußten für 2 und 3 zwei Nullen im Quotienten hinausgesetzt werden, und nur nach abgeschnittenen und herabgesetzten 0 vom Dividendus konnte mit 8 ausdividirt werden, so, daß der Rest 262 mit untersetztem ganzen Divisor 371 als ächter Bruch hinter den Quotienten zuletzt gesetzt kam.

24 in 490104 dividirt, giebt den Quotienten 20421.

Nämlich 24 | 4 9,0,1,0,4, | 20421.
48
,101
96
,,50
48
,24
24
,,

Zu dem Reste 1 von dem abgeschnittenen Dividendus 49 mußte das folgende 0 abgeschnitten, und herabgesetzt werden. Es gab das nicht zudividirende 10, deßwegen kam ein 0 hinter den Quotienten; hierauf das nächstfolgende 1 abgeschnitten und herabgesetzt, konnte 24 in 101 dividirt werden. Zu dem Reste 5 hievon mußte das darauf folgende 0 abgeschnitten und herabgesetzt werden; es gab 24 in 50 zu dividiren. Zu diesem Reste 2 hievon mußte das letzt folgende 4 abgeschnitten und herabgesetzt werden; es gab 24 in 24, also gleiche Zahlen, zudividiren, welche sich in den Quotienten 1 auflößen. Daher der ganze Quotient 20421.

Beispiele für die vierte Regel.

251 in 50551 dividirt, giebt den Quotienten 201 $\frac{100}{251}$.

Nämlich 251 | 5 0 5,5,1, | 201 $\frac{100}{251}$.
502
,,351
251
100

Auch hier mußte nach zu dem ersten Reste 3 herabgesetzten 5 des Dividendus ein 0 zum Quotienten hinausgesetzt werden, obschon 3 größer, als 2 in Divisor scheint, weil der entstandene Rest 35 kleiner, als der ganze Divisor 251 ist; aber noch weiter das letzte Zahlzeichen des Dividendus 1 hiezu herabgesetzt, gab einen Rest von 351, wo hinein 251 wohl dividirt werden konnte, mit einem endlichen Reste von 100, oder in Bruchsgestalt an und nach den Quotienten gesetzt $\frac{100}{251}$.

42 in 84412 dividirt, giebt den Quotienten 2009 $\frac{34}{42}$.

Nämlich 42 |8 4,4,1,2,| 2009 $\frac{34}{42}$.

```
  84
  ,,412
    378
    ,34
```

Da hier nach den 2 ersten abgeschnittenen und dividirten Zahlzeichen kein Rest blieb, so mußte zum weiter Dividiren das nächstfolgende 4 abgeschnitten, und rechts an der Stelle, wo der Rest zu stehen gekommen wäre, herabgesetzt werden; weil aber nicht hinein dividirt werden konnte, so kam ein 0 hinter den Quotienten zusetzen, darauf das nächstfolgende 1 abzuschneiden, und auch herabzusetzen; da wieder nicht in 41 dividirt werden konnte, obschon hier das 4 eben so groß, als das 4 im Divisor ist, weil 41 weniger als 42 ist, so mußte wieder ein 0 hinter den Quotienten gesetzt, endlich 2 das letzte Zahlzeichen des Dividendus abgeschnitten und herabgesetzt werden, welches zur letzten Division 412 gab, wo hinein 42 dividirt werden konnte mit einem endlichen Bruchsreste von $\frac{34}{42}$.

24 in 4800824 dividirt, giebt den Quotienten 200034 $\frac{8}{24}$.

Nämlich 24 |4 8,0,0,8 2,4,| 200034 $\frac{8}{24}$.

```
  48     72
  ,,     104
          96
          ,8
```

Weil hier nach keinem gebliebenen Reste von 2 ersten dividirten Zahlzeichen 2 Nullen zudividiren folgten, so wurden statt derselben 2 Nullen in den Quotienten hinausgesetzt, dann wurde gleichfalls statt des nächstfolgenden Zahlzeichens 8, so weniger für sich, als der Divisor 24, bedeutet, ein 0 hinter den Quotienten gesetzt, dazu aber hernach 2 abgeschnitten gab 24 in 82 zudividiren, wovon der Rest 10 blieb, hiezu das letzte Zahlzeichen 4 abgeschnitten und herabgesetzt, gab 24 in 104 zu dividiren, welches sich mit dem Bruchsreste $\frac{8}{24}$ endigte.

Beispiele für die fünfte Regel.

322 in 31234 dividirt, giebt den Quotienten 97.

Nämlich 322 |3 1 2 3,4,| 97.
2 8 9 8
,2 2 5 4
2 2 5 4
, , , ,

Hier können erstlich im Dividendus zu Anfangs nicht 3 Zahlzeichen abgeschnitten werden, weil der Divisor größer wäre, sondern es muß hiezu 1 mehr genommen werden, dann läßt sich nicht 3 in 3 einmal, sondern 3 in 31 9 mal dividiren, der Rest 2254 mit endlich abgeschnittenen und herabgesetzten 4 des Dividendus giebt 322 in 2254 gerade aus zudividiren, so, daß der ganze Quotient 97 ist.

12 in 1128 dividirt, giebt den Quotienten 94.

Nämlich 12 |1 1 2,8,| 94.
1 0 8
, , 4 8
4 8
, ,

Weil hier im Dividendus 3 Zahlzeichen abzuschneiden sind, um das Dividiren anfangen zu können, so kann man hierauf nicht sprechen: 1 in 1, sondern 1 in 11 geht 9, auch nicht 10 oder 11 mal. Das letzte Zahlzeichen 8 zu dem Reste 4 abgeschnitten und herabgesetzt, gab 12 in 48 endlich gerade aus zu dividiren.

Beispiele für die sechste Regel.

18 in 95652 dividirt, giebt den Quotienten 5314.

Nämlich 18 |9 5,6,5,2,| 5314.
9 0
, 5 6
5 4
, 2 5
1 8
, 7 2
7 2
, ,

Hier kann 1 des Divisors in die 2 zuerst abgeschnittenen Zahlzeichen des Dividendus 95 nicht so dividirt werden, daß man sagt: 1 in 9 geht 9 mal; denn dies 9 als Quotient mit dem ganzen Divisor 18 im Sinne multiplicirt gäbe das Produkt 162, welches von 95 nicht subtrahirt werden könnte, das 1 muß also in 9 fast um die Hälfte geringer, nur 5 mal genommen werden. Desgleichen kann das 1 des Divisors in die nachfolgenden Reste 56 — 25 und 72 nicht 5, 2 und 7 mal, sondern 3, 1 und 4 mal aus gleichem Grunde dividirt werden.

4204 in 33632 dividirt, giebt den Quotienten 8;

und

64 in 576 dividirt, giebt den Quotienten 9.

Nämlich 4204|3 3 6 3 2,|8.
33632
, , , , ,

Hier ist 4 in 33 mit 8 nicht zu hoch genommen, weil 8 mit 4204 multiplicirt ein gleiches Produkt mit dem ganzen Dividendus giebt,

und 64|5 7 6|9.
576
, , ,

Hier ist auch 6 in 57 mit 9 nicht zu hoch genommen, weil auch 9 mit 64 multiplicirt, ein gleiches Produkt mit dem ganzen Dividendus giebt.

68 in 455744 dividirt, giebt den Quotienten $6702\frac{8}{68}$.

Nämlich 68|4 5 5,7,4,4,|$6702\frac{8}{68}$.
408
,477
476
, , 144
136
, , 8

Wenn man hier 6 des Divisors zuerst in 45 nur 5 mal, dann in 47 nur 6 mal und in 14 nur 1 mal nehmen wollte, so entstünden durch die Multiplication der einzelnen Quotienten mit dem jedesmaligen ganzen Divisor Produkte, welche abgezogen vom Dividendus immer größere Reste zurückließen, als der Divisor selbst wäre. Der Quotient wäre also jedesmal zu niedrig, und die ganze Division fehlerhaft geworden.

192 in 68547 dividirt, giebt den Quotienten $3567\ \frac{3}{192}$.

Nämlich 192|6 8 5,4,7,|357 $\frac{3}{192}$.
576
1094
960
1347
1344
, , , 3

Hier denke man sich bei dem 3 maligen Dividiren, statt 1 des Divisors 2, und zwar

a) bei 192 in 685 wird statt 1 in 6 gesprochen 2 in 6, und man bekömmt den richtigen Quotienten 3;

b) bei 192 in 1094 wird auch statt 1 in 10 gesprochen 2 in 10, und man bekömmt gleich den richtigen Quotienten 5. Dieser Fall gehört zur fünften Regel;

c) bei 192 in 1347 wird auch statt 1 in 13 gesprochen 2 in 13. Da es aber besser ist, den Quotienten eher höher, als

niedriger zu nehmen, so kann man hier denken 2 in 14, und man bekömmt den richtigen Quotienten 7. Auf diese Art hat man die richtigsten Quotienten 3, 5, 7 mit dem Bruche $\frac{3}{192}$ am geschwindesten getroffen.

849 in 24621 dividirt, giebt den Quotienten 29.

Nämlich 849 | 2 4 6 2,1,| 29.
1 6 9 8
7 6 4 1
7 6 4 1
, , , ,

Hier denke man sich beim erstmaligen Dividiren, wo der Dividendus eine mehrfachere Zahl, als der Divisor ist, statt 8 des Divisors 9 zum Dividiren sprechend: 9 in 24 geht 2 mal, und man hat gleich den richtigen Quotienten 2. Aus dem Produkte des Quotienten 2 mit dem Divisor 849 kann man schon schließen, daß 849 in 7641 8 bis 9 mal zu nehmen sei, man sagt also: 8 in 76 geht 9 mal, und man hat auch auf diese Art die richtigsten Quotienten am geschwindesten getroffen.

371 in 3230 dividirt, giebt den Quotienten. 8 $\frac{262}{371}$.

Nämlich 371 | 3 2 3 0,| 8 $\frac{262}{371}$.
2 9 6 8
, 2 6 2

Hier, wo der Dividendus auch eine mehrfachere Zahl, als der Divisor ist, und noch dazu die fünfte Regel eintritt, denke man sich nur statt 3 des Divisors 4, und dividire 4 in 32, und man hat auf einmal den richtigen Quotienten 8 mit dem Bruchsreste $\frac{262}{371}$ getroffen.

Bei 18 | 91 | 5 $\frac{1}{16}$. Hier denke man sich statt 1 in 9 zu dividiren 2 in 10 geht 5 mal.
90
, 1

Bei 18 | 110 | 6 $\frac{2}{18}$. : : : : : : : : 1 : 12 : : : 2 : 12 : 6 mal.
108
, , 2

Bei 18 | 25 | 1 $\frac{7}{18}$. : : : : : : : : : 1 : 2 : : : 2 : 2 : 1 mal.
18
7

Bei 18 |72| 4. 72 ,,	Hier denke man sich statt 1 in 7 zu dividiren 2 in 8 geht 4 mal.
Bei 19 |84| 4 $\frac{8}{19}$. 76 ,8	= = = = = = = = = 1 = 8 = = = 2 = 8 = 4 mal.
Bei 19 |81| 4 $\frac{5}{19}$. 76 5	= = = = = = = = = 1 = 8 = = = 2 = 8 = 4 mal.
Bei 19 |56| 2 $\frac{18}{19}$. 38 18	= = = = = = = = = 1 = 5 = = = 2 = 5 = 2 mal.
Bei 19 |184| 9 $\frac{13}{19}$. 171 ,13	= = = = = = = = = 1 = 18 = = = 2 = 18 = 9 mal.
Bei 99 |180| 1 $\frac{81}{99}$. 99 81	= = = = = = = = = 9 = 18 = = = 1 als Zehn in 1 geht 1 mal.
Bei 99 |818| 8 $\frac{26}{99}$. 792 26	= = = = = = = = = 9 = 81 = = = 1 = = = 8 = 8 mal.
Bei 99 |261| 2 $\frac{63}{99}$. 198 63	= = = = = = = = = 9 = 26 = = = 1 = = = 2 = 2 mal.
Bei 288|1832|6 $\frac{104}{288}$. 1728 ,104	= = = = = = = 2 = 18 = = = 3 in 18 geht 6 mal, 6 ist also hier auch der richtige Quotient.

Beispiele für die siebente Regel.

300 in 6300 dividirt, giebt den Quotienten 21.

Nämlich 3$\not0\not0$|63$\not0\not0$|21.

Hier sind zur Rechten des Divisors und des Dividendus am Ende beiderseits 2 Nullen mit Seitenstrichen durchgestrichen, und nach dividirten 3 in 6 und 3 ist dividirt, weil kein Rest blieb.

4000 in 84131 dividirt, giebt den Quotienten 21 $\frac{131}{4000}$.

Nämlich 4$\not0\not0\not0$|8,4,$\not1\not3\not1$|21 $\frac{131}{4000}$.

Hier sind zur Rechten des Divisors am Ende 3 Nullen, und eben so viele Zahlzeichen zur Rechten des Dividendus am Ende mit Seitenstrichen durchgestrichen, und da nach dividirten 4 in 8 und 4 auch kein Rest blieb, so war nach gesetzten durchgestrichenen Theil des Dividendus unter Bruchsgestalt mit dem ganzen Divisor auch dividirt.

200 in 640 dividirt, giebt den Quotienten 3 $\frac{40}{200}$.

Nämlich 2$\not0\not0$|6,$\not4\not0$|3 $\frac{40}{200}$.

Hier sind zur Rechten des Divisors am Ende 2 Nullen, und zur Rechten des Dividendus am Ende auch eben so viele Zahlzeichen, das 0 als ein solches auch mitzurechnen, mit Seitenstrichen durchgestrichen, und nach ohne Rest ausdividirten 2 in 6, und angesetzten durchgestrichenen Theil des Dividendus unter erst angegebener Bruchsgestalt ist schon dividirt.

60 in 494 dividirt, giebt den Quotienten 8 $\frac{14}{60}$.

Nämlich 6$\not0$|4 9,$\not4$|8 $\frac{14}{60}$.
4 8
―――
1

Weil hier zur Rechten am Ende des Divisors ein 0 ist, so muß auch zur Rechten des Dividendus am Ende ein Zahlzeichen durchgestrichen werden, und da von der Division der Rest 1 bleibt, so muß solchem der durchgestrichene Theil des Dividendus beigesetzt, und beides zusammen unter bereits bekannter Bruchsgestalt hinter den Quotienten angehängt werden.

60 in 250 dividirt, giebt den Quotienten $4\frac{10}{60}$.

Nämlich $6\not{0}.|25,\not{0}|4\frac{10}{60}$.
24
,1

Nach hier zur Rechten des Divisors und Dividendus am Ende durchgestrichenen 0 bleibt von der Division der Rest 1, welchem wieder das durchgestrichene 0 des Dividendus beizusetzen, und beides unter nunmehr bekannter Bruchsgestalt zusammen hinter den Quotienten anzuhängen war.

Beispiele für die achte Regel.

405 in 18225 dividirt, giebt den Quotienten 45.

Nämlich 405|1821,5,|45.
1620
,2025
2025
,,,,

Hier geschieht die Division ganz nach den bisherigen Regeln. Das 0 in der zwischen des Divisors verändert Nichts. Der jedesmalige Quotient wird nur nach der in §. 30 gegebenen fünften Regel mit dem ganzen Divisor also multiplicirt, daß das zehnfache Produkt bei 0 gleich ganz auszuschreiben ist.

Beispiele für die neunte Regel.

10 in 357 dividirt, giebt den Quotienten $35\frac{7}{10}$.

Nämlich $1\not{0}|35,\not{7}|35\frac{7}{10}$.

Weil hier der Divisor 1 mit einem 0 ist, so muß dieses Null mit einem Zahlzeichen des Dividendus zur Rechten am Ende durchgestrichen werden. Das durchgestrichene Zahlzeichen wird dann nur dem nicht durchgestrichen Theile des Dividendus unter Bruchsgestalt angehängt, so ist die Division geschehen.

100 in 2834 dividirt, giebt den Quotienten $28\frac{34}{100}$.

Nämlich $1\not{0}\not{0}|28,\not{3}\not{4}|28\frac{34}{100}$.

Hier sind wegen 2 gestrichenen Nullen des Divisors die deßwegen auch 2 gestrichenen Zahlzeichen des Dividendus dem ungestrichenen Theile desselben nur unter Bruchsgestalt anzuhängen gewesen, und es ist dividirt.

1000|89,000|89. Hier ist nach 3 gestrichenen Nullen des Divisors und Dividendus kurz dividirt worden. Der ungestrichene Theil des Dividendus wurde der Quotient. —

1000|1234,5600|1234 $\frac{5600}{10000}$. Hier ist nach 4 gestrichenen Nullen des Divisors, und eben so vielen Zahlzeichen des Dividendus, 2 Nullen als solche auch mitzurechnen, gleichfalls kurz dividirt worden. Nur mußte zuletzt der gestrichene Theil des Dividendus, weil er nebst eigentlichen Zahlzeichen auch Nullen bei sich hat, mit dem ganzen Divisor dem ungestrichenen Theile des Dividendus unter Bruchsgestalt nach- und angesetzt werden.

§. 37.

Besondere Divisionsvortheile zum Behufe des geschwinden Dividirens.

Die Hauptvortheile zum geschwinden Verfahren beim Dividiren sind auch bereits schon mit den Divisionsregeln gegeben. Eine fleißige Übung in denselben kann und muß die sicherste Fertigkeit bringen. Noch zu einem Hauptvortheile wäre zu rechnen, daß man sich aus dem großen Einmal-Eins wenigstens die Produkte der bei Divisionen häufig vorkommenden Zahlen, 12, 15, 16, 24, tief seinem Gedächtnisse einprägte, z. B. daß

12 in 24 enthalten sei 2 mal.
15 = 30 = = = 2 mal.
16 = 32 = = = 2 mal.
24 = 48 = = = 2 mal rc.

Die besondern Vortheile, welche wir in Beziehung auf §. 20 noch zu geben haben, und unserm Versprechen gemäß hier ausführlich nachfolgen lassen, weil sie in der Folge, besonders bei den gebrochenen Zahlen, sehr wichtig, und fast so nothwendig, als das Einmal-Eins selbst sind, bestehen in verschiedenen Verkleinerungen zweier in einander zu dividirenden Zahlen. Es trägt nämlich zur besondern Erleichterung des geschwinden Rechnens bei Divisionen (Theilungen) zweier, besonders großer Zahlen in einander sehr viel bei, wenn dieselbe vorher verkleinert (gehoben), in Ansatz gebracht werden können.

Eine Zahl verkleinern, heben, heißt statt derselben die möglichst kleinste Zahl setzen. Da aber nach der Algebra, welche für die Erfinderin der Rechnungsregeln gehalten wird, nur Gleiches für Gleiches gesetzt werden darf, so können die 2 Zahlen, welche man algebraisch richtig verkleinern, heben will, keine andere als folgende seyn:

1) Zwei gleiche Zahlen z. B. 1 und 1 — 2 und 2 — 3 und 3 rc. — 12 und 12 rc. — 17 und 17 rc. — 20 und 20 rc. rc. Diese und dergleichen Zahlen nur in die Stammzahl 1 gleich aus theilbar, weil eine derselben in der andern nur 1 mal gerade aus enthalten ist, können und dürfen zu 1 verkleinert, gehoben, angesetzt werden, d. h. statt 1 und 1 kann und darf man nur ein 1; statt 2 und 2 nur 1; statt 3 und 3 nur 1 rc. setzen. Hier gielt der algebraisch richtige Satz: Wenn man Gleiches von Gleichem nimmt, so bleibt die Gleichheit. Gleiches theilt sich nämlich in Gleiches, daher ist in diesem Falle auch eine eigentliche Division unnöthig: die Theilung macht sich selbst.

2) Zwei gerade, oder ungerade Zahlen, wovon jedoch die kleinere, als eine gleiche Zahl sich in die Stammzahl 1 selbst gleich austheilend oder aufstoßend die größere, in 2 oder 3 oder 4 rc. rc. gleiche Zahlen theilt, also jene in dieser 2 oder 3 oder 4 mal rc. gerade enthalten ist. In diesem Falle darf auch für die kleinere Zahl 1 und für die größere nach besagtem Enthaltenseyn 2, oder 3 oder 4 rc. gesetzt werden. Auch hier gielt der erst Nro. 1 angeführte algebraisch richtige Satz, z. B.

Statt 2 und 4 darf gesetzt werden 1 und 2, weil 2 in 4 enthalten ist 2 mal, oder weil 2 theilt 4 in 2 und 2. Bei 2 sagt man: 2 in 2 geht 1 mal, und 2 in 4 geht 2 mal.

Statt 2 und 6 darf gesetzt werden 1 und 3, weil 2 in 6 enthalten ist 3 mal, oder 2 theilt 6 in 2 und 2 und 2.

Also ferner:

Statt 2 und 8 darf gesetzt werden 1 und 4.

Statt 4 und 8 darf gesetzt werden 1 und 2.
= 2 = 10 = = = = = 1 = 5.
= 3 = 9 = = = = = 1 = 3.
= 5 = 25 = = = = = 1 = 5.
= 7 = 49 = = = = = 1 = 7.
= 11 = 22 = = = = = 1 = 2.
= 6 = 48 = = = = = 1 = 8.
= 9 = 81 = = = = = 1 = 9.
= 8 = 48 = = = = = 1 = 6.
= 13 = 26 = = = = = 1 = 2 ꝛc.

3) Zwei gerade, oder ungerade Zahlen, wovon jede durch eine und die nämliche dritte Zahl, jedoch die Stammzahl 1 ausgenommen, in 2 oder 3 oder 4 ꝛc. gleiche Zahlen getheilt werden kann, also eine dritte Zahl in jeder der 2 Zahlen, 2 oder 3 oder 4 mal ꝛc. gerade aus enthalten ist. Auch in diesem Falle darf für jede der 2 Zahlen nach gleichmaligen Enthaltenseyn 2 oder 3 oder 4 gesetzt werden, und da durch das Verkleinern, Heben, die möglichst kleinste Zahl erzielt werden soll, so kann und darf solches nach den ad 1, 2 und 3 einschläglichen Fällen so lange fortgesetzt werden, bis bei den 2 Zahlen beiderseits die kleinste Zahl erzielt ist, weil immer auf diese Art nur Gleiches für Gleiches gesetzt wird. Hier gielt der algebraisch richtige Satz: Wenn 2 gleiche Größen durch eine und die nämliche dritte dividirt werden, so entstehen gleiche Quotienten, z. B.

4 und 8 durch 2 getheilt giebt 2 und 4 statt 4 und 8 zu setzen; denn 2 theilt 4 in 2 mal 2 und 8 in 4 mal 2, oder 2 ist in 4 enthalten 2 mal, und in 8 enthalten 4 mal. Wenn man hierauf

2 und 4 nach Nro. 2 zu 1 und 2 weiter verkleinert, so hat man 4 und 8 beiderseits in die kleinste Zahlen 1 und 2 nach und nach gebracht. Noch geschwinder wären

4 und 8 nach Nro. 2 durch 4 getheilt gleich auf 1 und 2 gebracht worden. Man darf also, wenn man einmal sich eine Fertigkeit im Verkleinern erworben hat, nur überlegen, ob man nach Nro. 1, 2 oder 3 am geschwindesten zum Ziele komme.

Nachstehende Beispiele mögen zur Übung dienen.

6 und 36 durch 2 getheilt, oder verkleinert, giebt 3 und 18.
3 = 18 = 3 = = = = = = = = = = = 1 = 6.
6 = 36 = 6 gleich getheilt, oder = = = = 1 = 6.
10 = 18 = 2 getheilt, oder verkleinert, = = 5 = 9 nicht weiter verkleinbar.
9 = 30 = 3 auch nur einmal verkleinbar zu 3 = 10.
11 = 44 = 11 = = = = = = = = = = 1 = 4.
18 = 60 = 2 verkleinert, giebt 9 und 30.
9 = 30 = 3 wie erst gezeigt, giebt 3 und 10.
18 = 60 = 6 gleich getheilt, = = 3 = 10 am geschwindesten.
18 = 63 = 9 getheilt, giebt 2 und 7.

Die Zahl, mit welcher man nach Nro. 2 und 3 zwei in einander zu dividirende Zahlen gerade aus dividiren, verkleinern, heben kann, heißt Verkleinerungszahl oder kurz: Hebezahl. Sind die 2 in einander zu dividirenden Zahlen einfache Zahlen, oder besteht wenigstens eine davon nicht aus mehreren, als 2 oder 3 Zahlzeichen, so fällt die Hebezahl leicht und bald ein, wenn man nur das kleine Einmal-Eins geläufig im Kopfe hat, noch mehr jedoch, wenn man auch im großen Einmal=Eins stark geübt ist. Bestehen aber die 2 in einander zu dividirenden Zahlen aus mehreren, als 2 oder 3 Zahlzeichen, oder ist nur davon die eine mit mehrern als 2 oder 3 Zahlzeichen ausgedrückt, und gleichwohl die andere einfach, so weiß man, verlassen von dem Einmal-Eins, die Hebezahl oft nicht gleich, und da gar nicht zu finden, wenn sehr große mehrfache Zahlen vorkommen. Zur leichten und sichern Auffindung der Hebezahl auch in dergleichen Fällen lehrt die Praxis gewisse Regeln, welche in folgenden §. gegeben werden.

§. 38.

Verschiedene practische Regeln zur leichten und sichern Auffindung der Verkleinerungs- oder Hebezahl.

I. Regel.

2 ist die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen Rechts am Ende mit den Zahlzeichen 2, 4, 6, 8, ausgedrückt sind, oder nur eine davon Rechts am Ende ein oder mehrere 0 hat, die andere aber nicht, sondern eines der erstgesagten Zahlzeichen. Solche Zahlen bedeuten gerade Zahlen, worunter auch die runden Zahlen gehören, welche am Ende mit einem oder mehreren Nullen sich endigen, z. B.

2	und	88	verkleinern sich	durch 2 zu 1	und	44,		weil 2 nach §. 37 Nro. 2 sich durch sich selbst auflößt, auch 2 in 88 gerade aus sich dividiren läßt.
12	=	14	=	=	6	=	7.	
46	=	92	=	=	23	=	46,	oder 23 und 46 nach Nro. 2 §. 37 gleich zu 1 und 2, weil 2 mal 23 ist 46.
32	=	48	=	=	16	=	24	nach Nro. 3 §. 37 fortgesetzt.
16	=	24	=	=	8	=	12	
8	=	12	=	=	4	=	6	
4	=	6	=	=	2	=	3	
424	=	626	=	=	212	=	313.	
10	=	18	=	=	5	=	9.	
24	=	30	=	=	12	=	15.	
56	=	2500	=	=	28	=	1250	nach Nro. 3 §. 37 fortgesetzt.
28	=	1250	=	=	14	=	625	
560	=	7428	=	=	280	=	3714	nach ditto.
280	=	3714	=	=	140	=	1857	

II. Regel.

3 ist die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen sich mit 3 schon an und für sich gerade aus theilen lassen, oder wenn eine oder jede derselben als mehrfache Zahl, ohne auf die Stufenweißsteigende Bedeutung der Zahlen in ihrer Setzung zu sehen, eine Summe betragen, welche sich mit 3 gerade austheilen läßt, eine derselben kann sich auch dabei mit einem oder mehreren Nullen rechts am Ende endigen, z. B.

3 und 123 verkleinern sich durch 3 zu 1 und 41. Weil nach §. 37 Nro. 2 sich 3 in 3 durch sich selbst auflößt und 1, 2, 3 in Summa 6 betragen, welches mit 3 sich gerade aus dividirt, so kann beiderseits mit 3 verkleinert werden.

So ist es auch in folgenden Beispielen.

6	und	87	verkleinern	sich	durch 3	zu	2	und	29.
9	=	33	=	=	=	=	3	=	11.
33	=	63	=	=	=	=	11	=	21.
687	=	4569	=	=	=	=	229	=	1523.
12345	=	73677	=	=	=	=	4115	=	24559.
6	=	105	=	=	=	=	2	=	35.
3411	=	5454	=	=	=	=	1137	=	1818.
4569	=	12345	=	=	=	=	1523	=	4115.
33	=	60	=	=	=	=	11	=	20.
90	=	333	=	=	=	=	30	=	111.
21	=	30	=	=	=	=	7	=	10.
123	=	68700	=	=	=	=	41	=	22900.
15	=	39	=	=	=	=	5	=	13.

III. Regel.

4 ist die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen sich mit 4 schon an und für sich gerade aus theilen lassen, oder wenn eine oder jede derselben, als mehrfache Zahl, rechts am Ende 2 Zahlzeichen hat, welche sich durch 4 gerade aus theilen lassen. Auch kann dabei eine derselben sich Rechts mit einem, oder mehreren Nullen endigen, z. B.

4 und 248 verkleinern sich durch 4 zu 1 und 62. Weil nach §. 37 Nro. 2 sich 4 in 4 durch sich selbst auflößt, und 4 in 48 als die 2 Endeszahlzeichen der zweiten Zahl sich gerade aus dividirt, so kann beiderseits mit 4 verkleinert werden.

So ist es auch in folgenden Beispielen.

24	und	268	verkleinern	sich durch	4 zu	6	und	67.	
32	=	652	=	=	=	8	=	163.	
248	=	652	=	=	=	62	=	163.	
3404	=	4888	=	=	=	851	=	1222.	
3769	=	7932	=	=	=	949	=	1983.	
36	=	120	=	=	=	9	=	30	und 9 und 30 nach der II. Regel mit 3 weiter verkleinert giebt 3 und 10 dafür.
40	=	88	=	=	=	10	=	22	und 10 und 22 nach der I. Regel mit 2 weiter verkleinert giebt 5 und 11.
3124	=	3516	=	=	=	781	=	879.	
1308	=	317500	=	=	=	327	=	79375.	

IV. Regel.

5 ist die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen sich mit 5 schon an und für sich gerade aus theilen lassen, oder, wenn jede derselben Rechts am Ende 5, oder nur eine 5 und die andere ein oder mehrere Nullen hat, z. B.

5 und 55 verkleinern sich durch 5 zu 1 und 11. Weil nach §. 37 Nro. 2 sich 5 in 5 durch sich selbst auflößt, und 5 in 55 sich gerade aus wegen des 5 am Ende dividiren läßt.

55	und	85	verkleinern	sich durch	5 zu	11	und	17.
20	=	75	=	=	=	4	=	15.
25	=	30	=	=	=	5	=	6.
120	=	435	=	=	=	24	=	87.
205	=	365	=	=	=	41	=	73.
2385	=	3460	=	=	=	477	=	692.
15	=	6500	=	=	=	3	=	1300.

V. Regel.

6 ist die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen sich mit 6 schon an und für sich gerade aus theilen lassen, oder wenn jede derselben als mehrfache Zahl eine solche gerade Zahl ist, welche sich nach obiger II. Regel schon mit 3 gerade aus theilen läßt. In diesem Falle läßt sich mit 6 auch noch geschwinder, als mit 3 verkleinern, z. B.

6 und 66 verkleinern sich durch 6 zu 1 und 11. Weil nach §. 37 Nro. 2 sich 6 in 6 durch sich selbst auflößt, und 6 in 66 als gerade Zahl sich gerade aus theilt.

6 und 69 lassen sich nicht so mit 6 verkleinern, weil 69 nicht auch, wie 6, eine gerade Zahl ist. 6 und 69 müssen nach obiger II. Regel mit 3 zu 2 und 23 verkleinert werden.

Ferner lassen sich verkleinern

12	und	846	durch 6 zu	2	und	141.	
36	=	102	= = = =	6	=	17.	
6	=	456	= = = =	1	=	76.	
48	=	102	= = = =	8	=	17.	
120	=	456	= = = =	20	=	76.	— 20 und 76 nach der III. Regel mit 4 weiter verkleinert, werden 5 und 19.
12	=	1500	= = = =	2	=	250.	— 2 und 250 nach der I. Regel weiter mit 2 verkleinert, werden 1 und 125.
443460	=	481062	= = =	73910	=	80177.	

VI. Regel.

7 läßt sich als Hebezahl nur da leicht erkennen, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlzeichen sich mit 7 schon an und für sich, oder nach dem Einmal-Eins gerade aus theilen lassen, z. B. so verkleinern sich

7	und	777	durch 7 zu	1	und	111.	Weil nach §. 37 Nro. 2 sich 7 in 7 durch sich selbst in 1 auflößt, und 7 in 777 enthalten ist 111 mal.
21	=	28	= = =	3	=	4.	Denn 3 mal 7 ist 21, und 4 mal 7 ist 28.
35	=	84	= = =	5	=	12.	Denn 5 mal 7 ist 35, und 12 mal 7 ist 84.

VII. Regel.

8 ist die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen sich mit 8 schon an und für sich gerade aus theilen lassen, oder so große mehrfache Zahlen vorkommen, deren 3 letzte Zahlzeichen von linker zur rechten Hand sich mit 8 gerade aus theilen lassen. Auch kann dabei eine derselben sich Rechts mit einem oder mehreren Nullen endigen, z. B.

8	und	64	verkleinern sich durch 8 zu	1	und	8,	weil nach §. 37 Nro. 2 sich 8 in 8 durch sich selbst in 1 auflößt, und 8 in 64 sich gerade aus dividirt.
64	=	9848	= = = =	8	=	1231.	
72	=	9968	= = = =	9	=	1246.	
280	=	848	= = = =	35	=	106.	
2496	=	7240	= = = =	312	=	905.	
7328	=	913600	= = = =	916	=	114200.	916 und 114200 nach III. Regel weiter mit 4 verkleinert, werden 229 und 28550.

VIII. Regel.

9 ist die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlzeichen sich mit 9 schon an und für sich gerade aus theilen lassen, oder wenn eine oder jede derselben als mehrfache Zahl nach obiger II. Regel eine Quersumme beträgt, welche sich mit 9 gerade aus theilen läßt. Eine derselben kann sich auch dabei Rechts mit einem oder mehreren Nullen endigen; z. B. so verkleinern sich

9	und	99	durch 9 zu	1	und	11.	Weil nach §. 37 Nro. 2 sich 9 in 9 durch sich selbst in 1 auflößt, und 9 in 99 gerade aus dividirt werden kann.
36	=	108	= = = =	4	=	12.	4 und 12 nach III. Regel verkleinert sich durch 4 weiter zu 1 und 3.
135	=	567	= = =	15	=	63.	15 und 63 nach II. Regel verkleinert sich weiter durch 3 zu 5 und 21.

54 und	603 durch 9 zu	6 und	67.	
63 =	135 = = =	7 =	15.	
27 =	90 = = =	3 =	10.	
216 =	65700 = = =	24 =	7300.	24 und 7300 nach III. Regel verkleinert sich weiter mit 4 zu 6 und 1825.
8910603 =	9801216 = = =	990067 =	1089024.	

IX. Regel.

10 ist die Hebezahl, wenn jede der in einander zu dividirenden Zahlen sich Rechts mit einem oder mehreren Nullen endiget, bei welchem nach der 7ten und 9ten Divisionsregel §. 36 am geschwindesten mit Durchstreichung beiderseits gleich vieler Nullen verkleinert wird. Ist aber der nicht durchgestrichene Theil nach einer der vorher gegebenen 8 Regeln noch weiter zu verkleinern, so muß es so lange nach denselben geschehen, als es möglich ist, um die möglichst kleinsten Zahlen zu erhalten, z. B.

10 und	20 gestrichen also	1ø und	2ø verkleinern sich zu	1 und	2.
10 =	200 = =	1ø =	2øø = =	1 =	20.
50 =	70 = =	5ø =	7ø = =	5 =	7.
10 =	1000 = =	1ø =	100ø = =	1 =	100.
300 =	400 = =	3øø =	4øø = =	3 =	4 ꝛc.

Gestrichen verkleinern sich:

2øø und	20øø zu	2 und	20.	2 und 20 nach I. Regel mit 2 weiter verkleinert, geben 1 und 10.
3ø =	9øø =	3 =	90.	3 und 90 nach II. Regel mit 3 weiter verkleinert, geben 1 und 30.
21ø =	24ø =	21 =	24.	21 und 24 auch nach II. Regel mit 3 weiter verkleinert, geben 7 und 8.
30ø =	75ø =	30 =	75.	30 und 75 nach IV. Regel mit 5 weiter verkleinert, geben 6 und 15; diese mit 3 nach II. Regel weiter verkleinert, geben 2 und 5.
40ø =	178ø =	40 =	178.	40 und 178 nach I. Regel mit 2 weiter verkleinert, geben 20 und 89.
6ø =	666ø =	6 =	666.	6 und 666 nach V. Regel weiter mit 6 verkleinert, geben 1 und 111.
8øø =	16øø =	8 =	16.	8 und 16 nach III. Regel weiter mit 4 verkleinert, geben 2 und 4, oder gleich nach VII. Regel mit 8 verkleinert, geben 1 und 2.

36ϕϕϕ und 90ϕϕϕ zu 36 und 90.	36 und 90 nach V. Regel mit 6 weiter verkleinert, geben 6 und 15, oder gleich mit 9 nach VIII. Regel verkleinert, geben 4 und 10. Diese nach I. Regel weiter verkleinert mit 2 geben 2 und 5.
13ϕϕ = 14ϕϕ = 13 = 14.	Diese lassen sich nicht weiter verkleinern.

X. Regel.

Höhere Hebezahlen, als 10, z. B. 11 bis 30, können nur da zur Erleichterung und Beschleunigung der Division mit Vortheil gebraucht werden, wenn dieselbe wie das einfache 7 nach VI. Regel aus dem großen Ein=mal=Eins leicht einfallen, und dabei die 2 in einander zu dividirenden Zahlzeichen sich oft gleichsam für sich ohne eine dritte gerade aus dividiren. Ist dieses nicht, und sind besonders große, aus mehreren, als 2 oder 3 Zahlzeichen bestehende Zahlen zu dividiren, bei welchen keine der bisher gegebenen Regeln zur Verkleinerung anschlagen will, so ist es für den, welcher sich eine Fertigkeit nach gedachten Regeln zu verkleinern erworben hat, besser, wenn er gleich das Verkleinern ganz aufgiebt, und nur nach den Divisionsregeln verfährt. Sonst verliert er mehr Zeit beim Verkleinern, als zur ordinären Division zu verwenden wäre. Nur bei sehr großen gebrochenen Zahlen (Brüchen) welche unter der kleinsten Gestalt mehr verständlich zu machen sind, lohnt es die Mühe, die Hebezahl auf eine mühsame Art, wenn auch da keine der bisher gegebenen Regeln sich anwenden läßt, zu suchen. Hiezu giebt es eine allgemeine Regel, welche am gehörigen Orte, bei der Lehre von den Brüchen gegeben werden soll. Daher hier nur noch einige Beispiele, wo sich zur Erfindung der Hebezahl mit 2 Zahlzeichen, das große Einmal=Eins anwenden läßt, als

11 und 99 verkleinern sich durch 11 zu 1 und 9.	Weil nach §. 37 Nro. 2 sich 11 in 11 durch sich in 1 auflößt, und 11 mal 9 ist 99.
11 = 44 = = = 1 = 4.	Nach eben dem §. und weil 4 mal 11 ist 44.
22 = 55 = = = 2 = 5.	Weil 2 mal 11 ist 22 und 5 mal 11 ist 55.
33 = 88 = = = 3 = 8.	Weil 3 mal 11 ist 33 und 8 mal 11 ist 88.

12 und 60 verkleinern sich durch 12 zu 1 und 5.	Weil nach §. 37 Nro. 2 sich 12 in 12 durch sich selbst in 1 auflößt, denn 1 mal 12 ist 12, und 5 mal 12 ist 60.
13 = 39 = = = 13 = 1 = 3.	Weil 13 in 13 sich in 1 auflößt, und 3 mal 13 ist 39.
17 = 34 = = = 17 = 1 = 2.	Weil 17 in 17 sich in 1 auflößt, und 2 mal 17 ist 34.
87 = 174 = = = 29 = 3 = 6.	Weil 3 mal 29 ist 87, und 6 mal 29 ist 174; oder gleich nach §. 37 Nro. 2, weil 87 sich durch sich selbst in 1 auflößt, und 2 mal 87 ist 174, verkleinert man 87 und 174 mit 87 zu 1 und 2.
38 = 57 = = = 19 = 2 = 3.	Weil 2 mal 19 ist 38, und 3 mal 19 ist 57.
46 = 115 = = = 23 = 2 = 5.	Weil 2 mal 23 ist 46, und 5 mal 23 ist 115.
44 = 66 = = = 22 = 2 = 3.	Weil 2 mal 22 ist 44, und 3 mal 22 ist 66.
27 = 81 = = = 27 = 1 = 3.	Weil 27 sich durch sich selbst in 1 auflößt, und 3 mal 27 ist 81.

§. 39.

Vortheilhafte Anwendungsmethode der Verkleinerungsregeln bei der Division ganzer Zahlen in einander.

In vorhergehenden §. §. 37 und 38 haben wir gelehrt, welche 2 ganze Zahlen, und wie solche leicht und richtig verkleinert werden können. Nun wollen wir aber auch zeigen, welcher Vortheil daraus zur Erleichterung und Beförderung der Division entspringe, dann, was man bei der richtigen Anwendung der Verkleinerungsregeln noch besonders zu beobachten habe.

A. Der Vortheil ist dieser:

Das regelmäßige Verkleinern, welches auf die leichteste Art, größtentheils durch die Division mit einfachen Divisoren geschieht, und daher in der Geschwindigkeit einigemalen, da, wo es zu machen ist, nach einander geschehen kann, bringt ihrem Zwecke gemäß 2 große Zahlen zu die möglichst kleinsten. Dadurch entsteht oft, daß der Divisor bis zu 1 erniedrigt wird, wo eine weitere Division gleich auf der Stelle nach den Divisionsregeln aufhört, und wenn dieses nicht ist, so werden doch wenigstens der Divisor und Dividendus in der Geschwindigkeit so erniedrigt, daß sie bei der endlichen Division, wo nicht beyde, doch gewöhnlich eine, der Divisor, nur aus 1 Zahlzeichen bestehen. Da ist dann gleich aus dividirt. Der Nebenerleichterungen, daß man hiebei des mühesamen Multiplicirens und Subtrahirens nach den Divisionsregeln, besonders bei den mehrfachen Zahlen fast ganz überhoben bleibe, und man gewöhnlich mit einem einfachen Divisor verfährt, und nur darauf hauptsächlich zu sehen hat, daß beyderseits beim Verkleinern gerade aus dividirt werde, wollen wir gar nicht gedenken. Dieser Vortheil wird noch größer, wenn in Proportionsrechnungen, welche unten am gehörigen Orte gelehrt werden, bei zusammengesetzten Verhältnissen viele Zahlen auf der einen Seite zu einen Hauptdivisor, und auf der andern Seite zu einem Haupt-Dividendus durch die Multiplication zu machen sind. Durch die regelmäßig angewandte Verkleinernngen entsteht hier auch, daß beiderseits die Zahlen, wo nicht gar auf eine Zahl, doch oft auf 2 Zahlen in der Geschwindigkeit herabgebracht werden, welche hernach leicht beiderseits gesöndert, zur Division durch die Multiplication in ein Produkt gebracht, oder wenn sie einzelne Zahlen sind, gleich in einander dividirt werden können. Mit der gewöhnlichen Multiplication und Division könnte man ein solches ohne viele Mühe und Zeitaufwand, nicht zu Stande bringen.

B. Um eine Verkleinerung zweier in einander zu dividirenden Zahlen, da, wo, und so oft es seyn kann, nicht nur regelmäßig, sondern auch gehörig jedesmal zu treffen, hat man noch besonders folgendes zu beobachten:

1) Da das Verkleinern selbst nur durch die Division geschieht, so erhalten die 2 in einander zu dividirenden Zahlen fast eben den Ansatz, welcher bei den Divisionsregeln gelehrt wurde. Der kleine Unterschied

im Ansatze ist der, daß man hier nur einen geraden Strich abwärts führt, welchem auch zur Linken der Divisor, und zur Rechten in gerader Linie der Dividendus gesetzt wird. Um Raum zum Ansatze der aus der Verkleinerung entstehenden neuen Zahlen zu gewinnen, wird der gerade Strich etwas länger gezogen. Endlich nach gemachter Verkleinerung wird gerade unter den Zahlen eine Querlinie wie bei der Addition und Subtraction geführt. Löst sich die Division durch die Verkleinerung von selbst auf, so wird der aus der Verkleinerung resultirte Quotient unter die Querline dem Dividendus gerade herabgesetzt, und es ist dividirt. Bleiben aber beiderseits Zahlen, welche sich nicht weiter verkleinern lassen, so wird der gerade Strich durch die Querline weiter herabgezogen, und zu demselben die beiderseits gebliebene Zahl in ihrer Stellung Rechts und Links zum Ausdividiren nach den gewöhnlichen Regeln herabgesetzt.

2) Beim Verkleinern wird mit der guten Ordnung also verfahren: Vor allen sieht man darauf, ob der Divisor und Dividendus am Ende Rechts keine Nullen haben, welche nach IX. Verkleinerungsregel beiderseits gleich durchzustreichen sind, dann betrachtet man den Divisor und Dividendus gegen einander: Sind diese gleiche Zahlen, so werden solche auch nur durchgestrichen, und statt derselben 1 gesetzt, und da 1 nichts dividirt, so ist in einem solchen Falle immer 1 der Quotient, daher damit auch gleich dividirt. Sind sie aber ungleiche Zahlen, so sucht man nach den Verkleinerungsregeln gleich die schicklichste größte Hebezahl zu treffen, weil diese die kleinsten Quotienten giebt, und die Division am ersten vollendet. Mit der Hebezahl dividirt man den Divisor und Dividendus, und setzt nach Durchstreichung derselben, die beiderseitigen Quotienten gerade darunter. Lassen sich diese weiter verkleinern, so verfährt man mit einer neuen Hebezahl eben so weiter, als wenn ein neuer Divisor und Dividendus entstanden wäre. Nur dann, wenn keine weitere Verkleinerung mehr möglich ist, werden sie, wie ad 1 erklärt wurde, zum endlichen Dividiren herabgeschrieben. Ist oder wird erst in der Folge beim Verkleinern der Divisor selbst die Hebezahl, so kömmt der aus dieser Verkleinerung entstehende

Quotient auch gleich herab, und es ist dividirt, weil statt des Divisors nur 1 zu setzen wäre, welches Nichts dividirt. Die Anwendung lerne man aus folgenden Beispielen.

240 in 240 dividirt, giebt den Quotienten 1.

```
Nämlich 240 | 240
          , 1 Quotient.
```

Hier wurde nach der IX. Verkleinerungsregel zuerst ein 0 im Divisor und ein 0 im Dividendus gestrichen. Es bleiben beiderseits 24, also gleiche Zahlen, welche den Quotienten 1 geben.

240 in 2400 dividirt, giebt den Quotienten 10.

```
Nämlich 240 | 2400
          1 | 10
          ,   10 Quotient.
```

Hier bleiben nach beiderseits gleichviel gestrichenen Nullen 24 und 240, also ungleiche Zahlen in einander zu dividiren, da hier 24, also der Divisor selbst die größte Hebezahl nach X. Verkleinerungsregel ist, 10 mal 24 ist 240, so ist 10 der Quotient. Eigentlich spricht man, 24 in 24 geht 1 mal, weil 1 mal 24 ist 24. Dann 24 in 24 geht 1 mal, und in 0 Nullmal, weil 10 mal 24 ist 240. Da 1 Nichts dividirt, so bleibt 10 der Quotient.

25 in 55005 dividirt, giebt den Quotienten $2200\frac{1}{2}$.

```
Nämlich 25 | 55005
         5 | 11001
         5 | 11001 | 2200 1/2 Quotient.
```

Hier ist 5 die Hebezahl nach IV. Verkleinerungsregel, weil es 25 und 55005 gerade aus dividirt, und die Quotienten 5 und 11001 giebt, welche sich nicht weiter verkleinern lassen, daher zum endlichen Dividiren nach gewöhnlicher Art herabgesetzt wurden.

24 in 490104 dividirt, giebt den Quotienten 20421.

```
Nämlich 24 | 490104
         3 | 61263
         1 | 20421
         , | 20421 Quotient.
```

Hier ist 8 die Hebezahl nach VII. Verkleinerungsregel. Es entstehen die Quotienten 3 und 61263, welche sich nach II. Verkleinerungsregel mit 3 zu 1 und 20421 weiter verkleinern. Da das letztemal 3 als der Divisor die Hebezahl selbst war, so ist der Quotient, welchen 3 in 61263 dividirt gab, der letzte richtig gesuchte, nämlich 20421, so gleich herabgeschrieben wurde.

18 in 95652 dividirt, giebt den Quotienten 5314.

Nämlich 18 | 95652
2 | 10628
1 | 5314
,| 5314 Quotient.

Hier ist 9 die Hebezahl nach VIII. Verkleinerungsregel. Es entstehen die Quotienten 2 und 10628, weiche mit 2 nach I. Verkleinerungsregel auf 1 und 5314 gebracht worden, woraus der letzte richtige Quotient aus erst angeführtem Grunde zum Herabschreiben entstand.

32 in 652 dividirt, giebt den Quotienten $20\frac{3}{8}$.

Nämlich 32 | 652
8 | 163
8 | 163 | $20\frac{3}{8}$ Quotient.

Hier ist 4 die Hebezahl nach III. Verkleinerungsregel, und weil 8 und 163 sich nicht weiter verkleinern lassen, so wurden sie zum endlichen Dividiren nach gewöhnlicher Art herabgeschrieben.

120 in 456 dividirt, giebt den Quotienten $3\frac{4}{5}$. (Die gewöhnliche Division giebt $3\frac{96}{120}$.)

Nämlich 120 | 456
20 | 76
5 | 19
5 | 19 | $3\frac{4}{5}$.

Hier ist 6 die Hebezahl nach V. Verkleinerunnsregel. Es entstehen Anfangs daraus die Quotienten 20 und 76, welche sich weiter nach IV. Verkleinerungsregel durch 4 zu 5 und 19 herabbringen lassen. 5 und 19 sind als nicht weiter verkleinbar zum endlichen Dividiren herabgeschrieben.

322 in 31234 dividirt, giebt den Quotienten 97.

Nämlich 322 | 31234
46 | 4462
23 | 2231
23 | 2231 | 97.
207
,161
161
,,,

Hier ist 7 die Hebezahl nach VI. Verkleinerungsregel. Daraus entstehen anfangs die Quotienten 46 und 4462, welche sich weiter nach I. Verkleinerungsregel durch 2 zu 23 und 2231 herabbringen lassen. Da 23 und 2231 sich nicht weiter verkleinern lassen, so geschieht auch hier gleich die Herabschreibung zum endlichen Dividiren.

34 in 2482000 dividirt, giebt den Quotienten 73000.

Nämlich 3̸4̸ | 2̸4̸8̸2̸0̸0̸0̸
17 | 1241000

17 | 1241000 | 73000.
119
,,51
51
,,

Hier ist 2 die Hebezahl nach I. Verkleinerungsregel, woraus die Quotienten 17 und 1241000 entstehen, welche sich nicht weiter verkleinern lassen, daher zum endlichen Dividiren auf die gewöhnliche Art herabgeschrieben stehen.

330 in 990 dividirt, giebt den Quotienten 3.

Nämlich 3̸3̸0̸ | 9̸9̸0̸
1̸1̸ | 3̸3̸
1 | 3

/ | 3 Quotient.

Hier wird vor allen ein 0 im Divisor, und eines dergleichen im Dividendus nach IX. Verkleinerungsregel gestrichen. Es bleiben weiter zu verkleinern 33 und 99, welche nach II. Verkleinerungsregel mit 3 verkleinert, geben 11 und 33. Diese nach X. Verkleinerungsregel mit 11 verkleinert, geben 1 und 3. Da das Letztemal 11 als der Divisor die Hebezahl selbst war, so ist der daraus entstandene Quotient 3 der gesuchte, und sonach gleich herabgeschrieben worden.

Anmerkung.

Schon aus vorstehenden Beispielen muß man die vortheilhafte Anwendung der Verkleinerungsregeln bei Divisionen, besonders, wenn solche mit mehrfachen Zahlen zu geschehen haben, erkennen; noch weit vortheilhafter zeigt sich aber dieselbe, wie schon oben lit. A. erwähnt wurde, in Proportionsrechnungen bei vielen nach zusammengesetzten Verhältnissen angesetzten Zahlen, aus welchen nach einer allgemeinen Regel ein Hauptdivisor und Dividendus durch die gewöhnliche Multiplication nur mit vieler Mühe- und Zeitaufwand gemacht werden kann, welche aber bei Anwendung der Verkleinerungen mit der goldenen Reesischen Regel größtentheils hinwegfallen. Obschon Anfänger hier noch Nichts von Proportionen verstehen, und ihnen auch noch Nichts hievon gesagt werden kann, so können sie doch hier schon richtig angesetzte Proportionen bearbeiten lernen, weil solche

Nichts, als eine Kenntniß von Multiplication und Division voraussetzen, deren Lehren bereits gegeben sind. Daher, um einerseits die großen Vortheile augenfällig zu zeigen, welche aus der Anwendung der Verkleinerungsregeln entspringen, damit Anfänger alle Lust bekommen, dieselben fleißig zu erlernen und sich darin zu üben, und anderseits in der Folge des Unterrichts leichte Beziehung hierauf machen zu können, wollen wir hier einige Proportionsexempel nach der vorher gelehrten Anwendung der Verkleinerungsregeln bei den Divisionen bearbeiten, und Anfängern zur vollen Verständlichkeit nur sagen, daß:

1) Hier nicht, wie bei den Divisionen nur 2, sondern 3 und mehrere Zahlen anfangs gegeben seyn können, um daraus eine neue Zahl zu finden, daß

2) die Zahlen Links am geraden Striche abwärts stehend Divisoren, und die Zahlen gegenüber Rechts stehend Dividenden bedeuten, daß

3) es gleichviel sei, ob man auf der rechten Seite eine untere und auf der linken Seite die obere Zahl, und so umgekehrt, mit einander zu verkleinern nehme, wenn nur immer 2 Zahlen beiderseits mit einerlei Zahl verkleinert werden, und auch verkleinert werden können, so ist es recht. Sogar kann die zu verkleinernde Zahl Links größer als jene Rechts seyn, daß,

4) wenn von der so lange, als möglich fortgesetzten Verkleinerung Rechts und Links keine Zahlen, als nur 1, übrig bleiben, die neue Zahl immer 1 sei, wenn aber nur Links und Rechts andere Zahlen, oder beiderseits andere Zahlen übrig bleiben, welche nicht weiter verkleinert werden können, so werden solche Zahlen, wie bisher gelehrt wurde, herabgeschrieben; beim Herabschreiben hat man aber zu merken, daß da, wo 2 oder mehrere nicht weiter zu verkleinernde Zahlzeichen herabzuschreiben sind, solche vorher an ihrer Seite durch die Multiplication in ein Produkt gebracht, und die Produkte nur zum endlichen Dividiren herabgesetzt werden dürfen, endlich bleibt Rechts vom Verkleinern nur 1 und Links eine andere Zahl, so ist die neue Zahl ein Bruch. 1 wird der Zähler, die andere Zahl der Nenner.

Folgende Proportionsexempel, bei welchen Links oben ein Querstrichlein zuerst stehet, und bedeutet, daß eine neue Zahl zu suchen sei, werden demnach also ausgearbeitet:

Ansatz.

—	18
16	10

Ausarbeitung.

—	~~18~~	
~~16~~	~~10~~	
~~8~~	9	
4	5	
4	45	$11\frac{1}{4}$

Zuerst wurden hier beiderseits 16 und 18 mit 2 verkleinert; sie gaben 8 Links, und 9 Rechts. Dann wurden 8 und 10 mit 2 verkleinert; sie gaben 4 Links, und 5 Rechts. Betrachtet man nun die übrigen Zahlen 4, 9, 5, gegen einander, so lassen sich keine 2 davon mit einerlei Zahl mehr verkleinern. Die eine Zahl 4 Links wird als Divisor herabgeschrieben. Die 2 andern Zahlen Rechts 9 und 5 miteinander multiplicirt, geben das herabzuschreibende Produkt 45, welches mit 4 dividirt die neue zu suchen gewesene Zahl $11\frac{1}{4}$ giebt.

Ansatz.

—	39
15	245

Ausarbeitung.

—	~~39~~
~~15~~	~~245~~
~~3~~	49
1	13
	147
	49
	637 die zu suchen gewesene Zahl.

Hier wurden zuerst 15 und 245 mit 5 verkleinert zu 3 und 49. Dann 3 und 39 mit 3 zu 1 und 13. Es blieben also nur Rechts 49 und 13, so nicht weiter zu verkleinern sind, übrig. Diese mit einander

multiplicirt, geben das herabgeschriebene Produkt, welches zugleich, da 1 Links nichts dividirt, die neue zu suchen gewesene Zahl ist.

Ansatz.

—	
120	1
	300
1	12

Ausarbeitung.

—	1
~~120~~	30~~0~~
1	~~12~~
	1
	30 die neue Zahl.

Zuerst wurde hier verkleinert mit beiderseitiger Durchstreichung eines 0 bei 120 und 300, so, daß diese 12 und 30 wurden. Dann wurden die 2 gleichen Zahlen 12 und 12 durchgestrichen, und dafür 1 gesetzt. Weil nur 1 auf der linken — und 30 auf der rechten Seite blieben, so ist 30 als die zu suchen gewesene neue Zahl herabgeschrieben.

Ansatz.

—	315
42	60
1	1
18	1

Ausarbeitung.

—	~~315~~
~~42~~	~~60~~
1	1
~~18~~	1
~~9~~	~~30~~
~~3~~	~~10~~
~~21~~	5
~~7~~	~~105~~
1	~~15~~
	5
	25 die neue Zahl.

Hier wurde zuerst 18 und 60 mit 2 zu 9 und 30 verkleinert, dann 9 und 30 mit 3 zu 3 und 10. Hernach 10 und 42 mit 2 zu 5 und 21 — 21 und 315 mit 3 zu 7 und 105 — 7 und 105 mit 7 zu 1 und 15 — 3 und 15 mit 3 zu 1 und 5. Es bleiben also nur Rechts 5 und 5, so nicht weiter zu ver-

kleinern sind, übrig. Diese mit einander multiplicirt, geben das herabgeschriebene Produkt 25, welches, da 1 Links Nichts dividirt, zugleich die zu suchen gewesene neue Zahl ist.

Ansatz.

—	1
10	640
1	9

Ausarbeitung.

—	1
1~~0~~	64~~0~~
1	9
	576 die neue Zahl.

Hier wurde die neue Zahl nur Mittelst Durchstreichung eines 0 Rechts und Links, und, weil 1 Links Nichts dividirt, mit Herabschreibung des Produkts aus 9 und 64 geschwind erfunden.

Ansatz.

—	1510
3	10
60	1

Ausarbeitung.

—	151~~0~~
3	1~~0~~
~~6~~~~0~~	1
3	5

9 | 7 5,5 (3) | $83\frac{8}{9}$ die neue Zahl.

Hier wurde zuerst die Verkleinerung mit Streichung eines 0 von 60 und 1510 angefangen, daß 6 und 151 geblieben sind, dann wurde 6 und 10 mit 2 zu 3 und 5 verkleinert. Da die Links gebliebenen 3 und 3 und Rechts gebliebenen 151 und 5 nicht mehr zu verkleinern sind, so wurden dieselben beiderseits durch die Multiplication in einzelne Produkte gebracht, und zum endlichen Dividiren herabgeschrieben.

Ansatz.

—	1
32	1
90	12
1	60

Ausarbeitung.

—	1
~~3~~2	1
~~9~~~~0~~	~~1~~~~2~~
1	~~6~~~~0~~
~~8~~	~~3~~
~~3~~	2
4	1
	1/4 die neue Zahl.

Hier wurde zuerst mit Streichung eines 0 von 90 und 60 angefangen, dann 32 und 12 mit 4 zu 8 und 3 verkleinert, hernach 6 und 9 mit 3 zu 2 und 3. Hierauf 8 und 2 mit 2 zu 4 und 1. Endlich 3 und 3 mit 3 aufgelößt. Es blieb 1 Rechts und 4 Links, d. h. 1/4 als neue Zahl.

Ansatz.

—	130
8	135
225	1
39	4

Ausarbeitung.

—	130
8	135
225	1
39	4
2	1
45	26
13	45
1	13
1	1
1	1
,	1 die neue Zahl.

Hier wurde zuerst 4 und 8 mit 4 zu 1 und 2 verkleinert, dann 225 und 130 mit 5 zu 45 und 26. Hernach 39 und 135 mit 3 zu 13 und 45. Hierauf 2 und 26 mit 2 zu 1 und 13. Endlich wurde für 45 und 45 — 13 und 13 beiderseits nur 1 gesetzt. Da nach möglichst fortgesetzten Verkleinerungen weder Links noch Rechts eine Zahl außer 1 mehr ungestrichen ersichtlich ist, so ist 1 die zu suchen gewesene neue Zahl.

Verschiedene Beispiele zur Übung im Dividiren mit und ohne Anwendung der Verkleinerungsregeln.

Was ist die Hälfte oder Halbscheid von 101170? oder, welches eben das ist, was ist der Quotient, wenn ich 2 in 101170 dividire? Antwort 50585.

Welches ist der dritte Theil aus 62500 genommen? oder, welches ist der Quotient, wenn ich 3 in 62500 dividire? Antwort 20833 $\frac{1}{3}$.

7 in 150038 dividirt, giebt den Quotienten 21434.

7 in 6302806 = = = = $900400\frac{6}{7}$.

17 in 56664 = = = = $3333\frac{3}{17}$.

32 in 75328 = = = = 2354.

60 in 340 = = = = $5\frac{2}{3}$.

190 in 11213439100 = = = $59018100\frac{10}{19}$.

4162 in 67008 = = = = $16\frac{208}{2081}$.

51300 in 84225000 = = = $1641\frac{417}{513}$.

10000 in 17285000 = = = $1728\frac{1}{2}$.

§. 40.

Probe über die Division und Multiplication,

und zwar

a) über die Division.

Die beste und sicherste Probe über die Division geschieht durch die Multiplication; denn da aus zweien Zahlen durch die Divison ein Quotient erfunden wurde, welcher anzeigt, wie viel mal eine Zahl von der andern gerade aus abgezogen, oder jene in diese gerade aus getheilt worden sei, so darf man nur den Quotienten mit dem Divisor multiplieiren, das Produkt muß den ganzen Dividendus geben, wenn recht dividirt worden ist. Auf diese Art werden nämlich die gleichgroßen Theile, welche bei jeder einzelnen gleichen Austheilung zu machen gewesen wären, wieder auf ihre Summe zurückgebracht, welche der Dividendus ist. Daher

hat man auch zu merken, wenn der Quotient einen Bruch mitenthält, so ist immer zuletzt der Zähler, welcher die restigen Ganzen von der Division unter Bruchsgestalt anzeigt, dem Produkte einzuzählen, damit der ganze Dividendus herauskömmt. Hat man die Division nach den Verkleinerungsregeln gemacht, so muß der Zähler des Bruchs mit der Hebezahl multiplicirt, und das Produkt hievon dem Hauptprodukte eingezählt werden. Desgleichen müssen auch die bei der Division am Ende des Divisors gestrichen gewesenen Nullen dem Produkte beigesetzt, oder bei der Multiplication zum Divisor mit genommen werden, z. B.

5 dividirt in 865 nach und ohne Verkleinerungsregeln dividirt, giebt den Quotienten 173.

Probe.

Der Quotient 173 multiplicirt
mit dem Divisor 5
giebt 865 den Dividendus, also ist recht dividirt worden.

4 dividirt in 858 giebt nach den Verkleinerungsregeln dividirt, zum Quotienten 214 $\frac{1}{2}$.
ohne : : : : : : : : : 214 $\frac{2}{4}$.

Probe.

Der Quotient 214 multiplicirt
mit dem Divisor 4
giebt 856. Hiezu 2 addirt als den Zähler des Bruchs vom untern Quotienten.
Vom obern Quotienten wird der Zähler 1 mit 2, weil 2 die Hebezahl war, multiplicirt es giebt auch 2.

Also 856
2 hiezu addirt,
kommt heraus 858 der Dividendus.

371 in 374230 ohne Verkleinerungsregel dividirt, giebt zum Quotienten 1008 $\frac{262}{371}$.

Probe.

Der Quotient 1008 multiplicirt
mit dem Divisor 371

```
   1008
  7056
 3024
```

giebt 373968. Hiezu addirt den Zähler des Bruchs vom Quotienten,
262

kommt 374230 der ganze Dividendus heraus, also ist recht dividirt.

60 in 494 dividirt, giebt zum Quotienten $8 \frac{14}{60}$.

Probe. 8
60

480
14 hinzu addirt,

494 Dividendus.

4000 in 84131 dividirt, giebt zum Quotienten $21 \frac{131}{4000}$.

Probe. 21
4000

84000
131 hinzu addirt, giebt

84131 den Dividendus.

1000 in 89000 dividirt, giebt zum Quotienten 89.
Die Probe ist hier geschwind gemacht mit Beisetzung der Nullen des Divisors zum Quotienten als 89000.

Probe b) über die Multiplication.

Oben §. 33 hieß es: die sicherste Probe über die Multiplication ist die Division, welche also geschieht: Da das Umgekehrte der Division die Multiplication ist, weil dadurch aus 2 Zahlen 1 Produkt erfunden wurde,

welches anzeigt, daß die eine Zahl so viel mal, oder so oft genommen, oder zu sich selbst gesetzt worden sei, als die andere bestimmt, so darf man nur eine von den 2 Zahlen in das Produkt dividiren; der Quotient muß, wenn recht multiplicirt wurde, die andere geben, und zwar den Multiplicandus, wenn der Multiplicator zum Divisor — den Multiplicator, wenn der Multiplicandus zum Divisor gemacht worden ist. Auf diese Art wird nämlich der eine Faktor von dem Produkte gerade aus abgezogen, oder genommen, so, daß der Quotient der andere Faktor seyn muß; z. B.

345678 mit 5 multiplicirt, giebt das Produkt 1728390.

Probe. 5|1,7,2,8,3,9,0,| dividirt, giebt den Multiplicandus 345678;

oder

345678|1728390| dividirt, giebt den Multiplicator 5; also ist hier richtig multiplicirt worden.
1728390
———
, , , , , , ,

7256 mit 314 multiplicirt, giebt das Produkt 2278384.

Probe. 7256|2 2 7 8 3,8,4,| dividirt, giebt den Multiplicator 314. Also giebt auch 314 in 2278348 dividirt den Multiplicandus 7256, mithin ist auch hier richtig multiplicirt worden.

21768
———
, 10158
7256
———
29024
29024
———
, , , , ,

I. Tabelle zur Uebung,

jede angeschriebene ganze Zahl nach dem Zehnzahlensystem bald verstehen, und geläufig aussprechen zu lernen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	110	210	310	410	510	610	710	810	910	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000	100,000,000	1,000,000,000	10,000,000,000	100,000,000,000	1,000,000,000,000
10	20	30	40	50	60	70	80	90	111	211	311	411	511	611	711	811	911	1,111	11,111	111,111	1,111,111	11,111,111	111,000,000	1,110,000,234	11,000,000,000	101,101,202,303	1,100,000,000,002
11	21	31	41	51	61	71	81	91	112	212	312	412	512	612	712	812	912	2,010	12,010	222,222	1,020,030	22,222,222	236,097,006	2,781,413,000	22,300,000,000	230,450,770,890	2,340,000,000,056
12	22	32	42	52	62	72	82	92	113	213	313	413	513	613	713	813	913	3,705	13,100	301,070	2,305,406	30,405,060	301,500,760	3,149,701,080	31,230,000,000	345,678,912,345	3,456,000,000,789
13	23	33	43	53	63	73	83	93	114	214	314	414	514	614	714	814	914	4,011	14,580	480,701	3,000,040	43,070,809	450,067,088	4,007,009,700	45,678,000,000	400,500,600,700	4,567,800,009,123
14	24	34	44	54	64	74	84	94	115	215	315	415	515	615	715	815	915	5,900	20,099	500,800	4,027,013	57,707,066	500,600,700	5,505,670,800	56,789,100,000	500,006,000,007	5,978,910,023,456
15	25	35	45	55	65	75	85	95	116	216	316	416	516	616	716	816	916	6,019	27,000	666,666	5,006,007	66,004,000	654,321,987	6,600,000,000	67,891,230,000	678,912,345,678	6,789,123,456,789
16	26	36	46	56	66	76	86	96	117	217	317	417	517	617	717	817	917	7,008	30,417	700,008	6,700,400	70,830,111	706,504,302	7.682,643,524	78,987,654,000	777,888,999,111	7,060,504,030,020
17	27	37	47	57	67	77	87	97	118	218	318	418	518	618	718	818	918	8,818	31,005	908,510	7,000,208	89,000,907	870,650,450	8,072,011,022	89,123,456,700	800,000,721,312	8,009,007,006,005
18	28	38	48	58	68	78	88	98	119	219	319	419	519	619	719	819	919	9,027	40 000	870,013	8,888,888	99,999,999	999,999,999	9,305,603,708	91,234,567,890	934,000,761,000	9,000,800,070,090
19	29	39	49	59	69	79	89	99	120	220	320	420	520	620	720	820	920	1,001	42,819	347,507	9,220,330	10,101,100	225,000,000	1,230,450,670	51,432,678,911	876,543,000,719	8,881,777,166,655
100	200	300	400	500	600	700	800	900	121	221	321	421	521	621	721	821	921	2,222	50.000	730,848	1,001,002	25,003,046	900,000,000	2,345,678,910	44,333,222,555	700,800,900,666	7,000,090,500,010
101	201	301	401	501	601	701	801	901	122	222	322	422	522	622	722	822	922	3,085	59,071	444,444	2,770,777	34,200,022	682,634,542	3,000,000,002	20,204,506,708	666,540,123,450	6,078,905,712,314
102	202	302	402	502	602	702	802	902	123	223	323	423	523	623	723	823	923	4,700	60,000	900,099	3,083,003	45,678,910	786,654,321	4,340,780,010	63,090,080,070	505,608,900,000	5,640,371,200,010
103	203	303	403	503	603	703	803	903	124	224	324	424	524	624	724	824	924	5,070	66,666	890,117	4,567,890	50,100,200	500,006,789	5,004,701,800	77,007,001,001	444,333,222,101	4,555,677,788,899
104	204	304	404	504	604	704	804	904	125	225	325	425	525	625	725	825	925	6,100	70,811	637,705	5,100,500	69,012,034	431,810,001	6,321,450,789	80,000,700,000	300,000,400,000	3,333,333,333,333
105	205	305	405	505	605	705	805	905	126	226	326	426	526	626	726	826	926	7,007	77,008	200,225	6,505,401	77,777,777	312,800,208	7,012,034,000	97,000,080,010	222,002,020,719	2,232,370,000,050
106	206	306	406	506	606	706	806	906	127	227	327	427	527	627	727	827	927	8,101	80,000	303,660	7,040,091	88,444,333	222,333,444	8,000,700,822	21,700,008,700	109,660,004,000	1,010,101,101,101
107	207	307	407	507	607	707	807	907	128	228	328	428	528	628	728	828	928	9,330	85,880	410,909	8,112,111	96,044,006	111,111,111	9,990,999,900	33,010,020,211	700,000,524,015	9,000,900,900,909
108	208	308	408	508	608	708	808	908	129	229	329	429	529	629	729	829	929	3,090	90.000	505,050	9,081,070	10,004,001	808,000,070	1,111,111,111	44,444,444,444	562,384,703,129	8,700,090,006,000
109	209	309	409	509	609	709	809	909	130	230	330	430	530	630	730	830	930	4,504	99,999	770,707	1,807,695	21,403,060	900,099,100	2,030,004,050	51,111,002,202	690,107,210,320	7,777,666,555,444

3,480,756,842,357,050,789 — 3,795,000,430,068,700,063,100 — 5,730,800,410,005,600,004,000,004 — 987,654,321,020,300,045,678,987,065,432.

II. Tabelle

zur leichten Erlernung der allgemeinen Rechentafel, des sogenannten Einmal = Eins, worin kurz ausgesprochen wird, wie viel eine und die nämliche Zahl, ein = bis zehnmal genommen, sei, oder ausmache. Auch dieses Einmal = Eins ist nach dem Zehnzahlensystem eingerichtet, und kann nach der zehnmal stärker steigenden Bedeutung der Zahlen bis ins Unendliche tabellarisch fortgesetzt werden, welches aber nicht nothwendig ist, weil, wenn man einmal weis, wie viel jede der Zahlen, von 1 bis 10 ein= bis zehnmal genommen, sei, eben so leicht und geschwind, ja sicherer vor Fehler nach den Grundregeln der Multiplication ohne Tabelle schon erfinden kann, wie viel z. B. 11, 12 ꝛc. ein = bis zehnmal genommen, seien. Doch wollen wir zum Überflusse für jene, welche sich recht große Fertigkeit im Einmal = Eins erwerben wollen, solches nur von 11 bis 20 und 21 bis 30 besonders tabellarisch fortgesetzt zum auswendig lernen nachsetzen, und zum Unterschiede ersteres das kleine — letzteres das große Einmal = Eins heißen.

A. Das kleine Einmal = Eins vorwärts.

1 mal 1 ist 1	3 mal 3 ist 9	5 mal 5 ist 25	8 mal 8 ist 64
2 = 2 = 2	3 = 4 = 12	5 = 6 = 30	8 = 9 = 72
1 = 3 = 3	3 = 5 = 15	5 = 7 = 35	8 = 10 = 80
1 = 4 = 4	3 = 6 = 18	5 = 8 = 40	
1 = 5 = 5	3 = 7 = 21	5 = 9 = 45	9 mal 9 ist 81
1 = 6 = 6	3 = 8 = 24	5 = 10 = 50	9 = 10 = 90
1 = 7 = 7	3 = 9 = 27		
1 = 8 = 8	3 = 10 = 30	6 mal 6 ist 36	10 mal 10 ist 100
1 = 9 = 9		6 = 7 = 42	
1 = 10 = 10	4 mal 4 ist 16	6 = 8 = 48	
	4 = 5 = 20	6 = 9 = 54	
2 mal 2 ist 4	4 = 6 = 24	6 = 10 = 60	
2 = 3 = 6	4 = 7 = 28		
2 = 4 = 8	4 = 8 = 32	7 mal 7 ist 49	
2 = 5 = 10	4 = 9 = 36	7 = 8 = 56	
2 = 6 = 12	4 = 10 = 40	7 = 9 = 63	
2 = 7 = 14		7 = 10 = 70	
2 = 8 = 16			
2 = 9 = 18			
2 = 10 = 20			

B. Das kleine Einmal = Eins rückwärts.

1 mal 1 ist 1	3 mal 3 ist 9	5 mal 5 ist 25	8 mal 8 ist 64
2 = 1 = 2	4 = 3 = 12	6 = 5 = 30	9 = 8 = 72
3 = 1 = 3	5 = 3 = 15	7 = 5 = 35	10 = 8 = 80
4 = 1 = 4	6 = 3 = 18	8 = 5 = 40	
5 = 1 = 5	7 = 3 = 21	9 = 5 = 45	9 mal 9 ist 81
6 = 1 = 6	8 = 3 = 24	10 = 5 = 50	10 = 9 = 90
7 = 1 = 7	9 = 3 = 27		
8 = 1 = 8	10 = 3 = 30	6 mal 6 ist 36	10 mal 10 ist 100
9 = 1 = 9		7 = 6 = 42	
10 = 1 = 10	4 mal 4 ist 16	8 = 6 = 48	
	5 = 4 = 20	9 = 6 = 54	
2 mal 2 ist 4	6 = 4 = 24	10 = 6 = 60	
3 = 2 = 6	7 = 4 = 28		
4 = 2 = 8	8 = 4 = 32	7 mal 7 ist 49	
5 = 2 = 10	9 = 4 = 36	8 = 7 = 56	
6 = 2 = 12	10 = 4 = 40	9 = 7 = 63	
7 = 2 = 14		10 = 7 = 70	
8 = 2 = 16			
9 = 2 = 18			
10 = 2 = 20			

C. Das kleine Einmal = Eins vor = und rückwärts zu lesen und lernen in eine kurze Tabelle gebracht.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3		9	12	15	18	21	24	27	30
4			16	20	24	28	32	36	40
5				25	30	35	40	45	50
6					36	42	48	54	60
7						49	56	63	70
8							64	72	80
9								81	90
10									100

D. Das große Einmal = Eins von 11 bis 20 in eine kurze Tabelle gebracht.

1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

E. Das große Einmal = Eins von 21 bis 30 in eine kurze Tabelle gebracht.

1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
3	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
4	84	88	92	96	100	104	108	112	116	120
5	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
6	126	132	138	144	150	156	162	168	174	180
7	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210
8	168	176	184	192	200	208	216	224	232	240
9	189	198	207	216	225	234	243	252	261	270
10	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300

Diese kurze Tabelle ist also zu verstehen: wenn ich wissen will, wie viel z. B. 5 mal 8 ist, so sehe ich in der ersten Reihe linker Hand herunter das Fach, worin 5 stehet: in diesem Fache gehe ich so lange fort, bis 8 von der obern Reihe herunterwärts auch in dieses Fach weißt. Ich sehe 40. Dies ist 5 mal 8.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schumm, Franz Michael,

Entwurf eines gemeinfaßlichen, gründlichen und vollständigen Unterrichts in der gemeinen Rechenkunst theoretisch und praktisch bearbeitet und in einzelnen Heften nach und nach herausgegeben
Bd.: 1

Bamberg 1817

4 Math.p. 336 f-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10053845-7